Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade Nova de Lisboa
Departamento de Física

Curso de Óptica Aplicada

Aula Teórica 5 – Óptica Geométrica

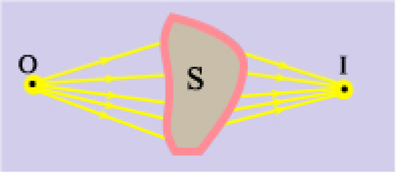
Aula Teórica 5 – Óptica Geométrica

- Sistema astigmático
- Espelhos
- O dióptro esférico
- Lentes e instrumentos
- Fibras ópticas

Sistema astigmático

A óptica geométrica é válida para valores de λ pequenos comparados com as dimensões dos sistemas (fendas, orifícios lentes e lâminas...)

… fonte pontual, na prespectiva ondulatória, emite uma onda esférica... do ponto de vista da propagação por raios, estes divergem radialmente



Os pontos de convergência ou divergência de raios luminosos são pontos focais do sistema S, que é astigmático para os pontos O e I se:

- energia emitida de O para S converge em I
- I é a imagem perfeita ou quase perfeita de O
- vemos a imagem real de O em I, se em I for colocado um écran (difusor branco)
- em I incidem convergindo raios que divergiam de O

... de I divergem agora raios, alguns dos quais são colectados pelo observador

Espelhos

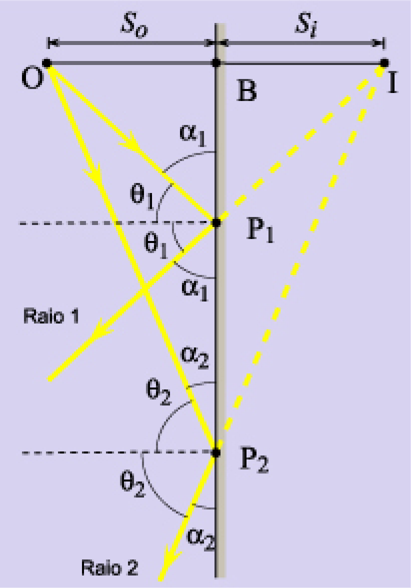
Espelho plano

Um ponto objecto O emite raios para o espelho plano. Tomando de OP_1 e OP_2 os rais reflectidos... os seus prolongamentos convergem em I...

De facto os triângulos rectângulos OBP_1 e BIP_1, são iguais, pois têm um lado e dois ângulos iguais, donde:

$s_o = s_i$

... também os triângulos rectângulos OBP_2 e BIP_2, são iguais, donde também $s_o = s_i$



A imagem dada pelo espelho plano situa-se do lado oposto do espelho, a uma distância igual à do objecto ao espelho

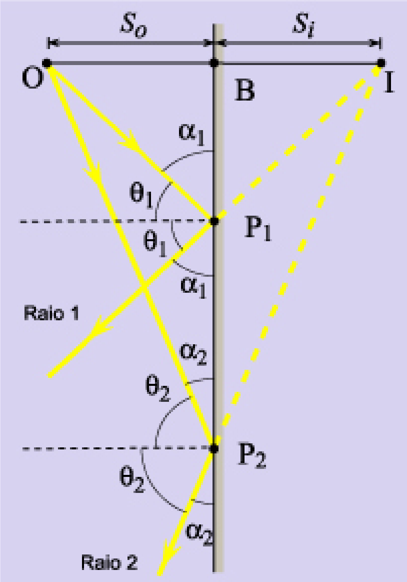
... obtida, não pelo cruzamento dos raios, mas

... dos seus prolongamentos, (raios virtuais)

... a imagem é virtual

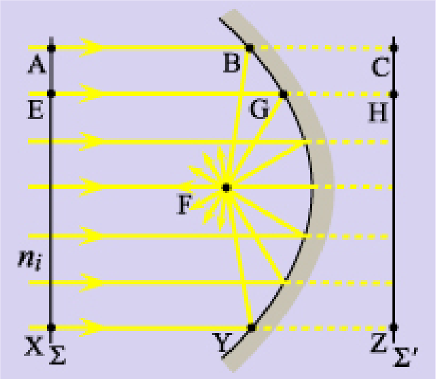
... I é um emissor virtual

O espelho plano não induz convergência real...



Espelho parabólico

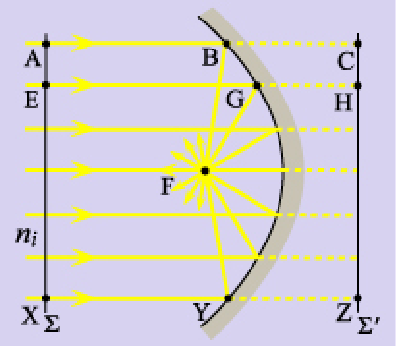
Procuramos a superfície espelhada que devemos interpor a um feixe de raios paralelos e os transforma em raios convergentes num ponto F, o foco.



Pelo princípio de Fermat os diferentes raios que divergindo dum ponto (neste caso o infinito) e são feitos convergir num outro ponto, levam todos o mesmo tempo e têm todos o mesmo percurso óptico.

Desde infinito até A, E,... e X, os raios levam o mesmo tempo, tal como levam o mesmo tempo nos trajectos de A a C, de E a H e de X a Z.

Se marcarmos sobre AC um ponto B tal que BC=BF
Se marcarmos sobre EH um ponto G tal que GH=GF
...e assim sucessivamente



A curva gerada pelos pontos da família de B, G e Y é o lugar geométrico dos pontos equidistantes de F e da recta que contém C, H e Z. Assim B, G e Y estão sobre uma parábola.

Como:
$$(AB+BC)=(EG+GH)=(XY+YZ)=$$
$$(AB+BF)=(EG+GF)=(XY+YF)$$

Todos os raios paralelos que chegariam à recta de CHZ levariam o mesmo tempo, também igual ao dos raios ABF, EGF e XYF, obedecendo ao princípio de Fermat. Assim F é o foco da parábola.

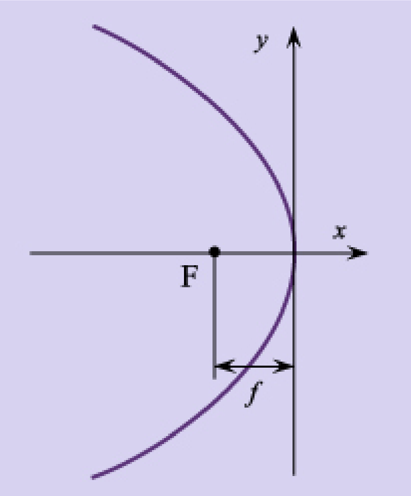
Espelho parabólico

A curva gerada pelos pontos B, G,... Y e semelhantes

... é o lugar geométrico dos pontos equidistantes do ponto F e da recta dos C, H,... Z ,....que por definição

... é uma parábola de foco em F e de equação:

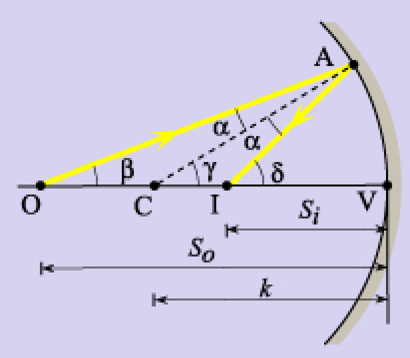
$$y^2 = 4 \cdot f \cdot x$$



A parábola é perfeitamente focalizadora, o que não acontece ao espelho esférico que só é focalizador na aproximação paraxial

Espelho esférico (côncavos e convexos)

... no espelho esférico de centro de curvatura em C, um objecto O sobre o eixo óptico tem imagem em I



Pela figura verificam-se as relações entre os ângulos e

$$\delta = \gamma + \alpha = \gamma + (\gamma - \beta) = 2 \cdot \gamma - \beta$$

... ângulos pequenos (aproximação paraxial) podemos tomar arcos por segmentos e por definição de ângulo vem:

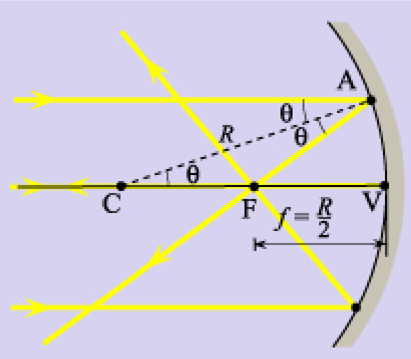
Substituindo vem:

$$\gamma = \frac{AV}{R}, \quad \beta = \frac{AV}{s_o} \quad e \quad \delta = \frac{AV}{s_i}$$

Construção de imagens em espelhos esféricos

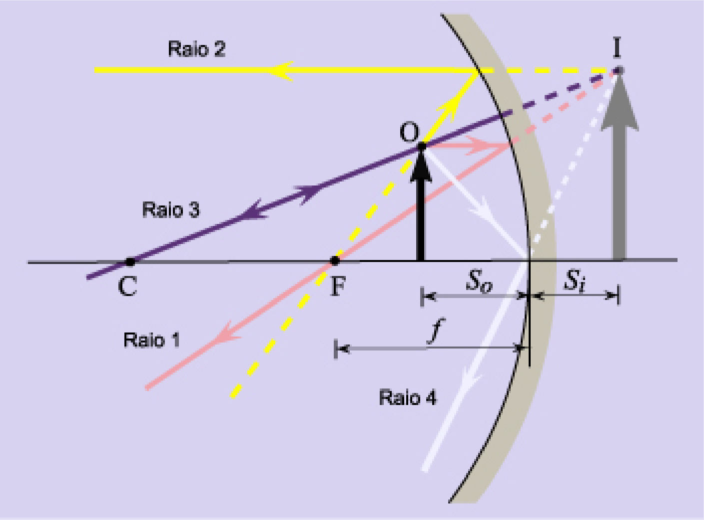
Objecto no infinito produz imagem sobre o foco...
dada a reversibilidade dos trajectos luminosos,...
objecto no foco dá imagem no infinito

... raios que passam pelo centro de curvatura, são reflectidos sobre si próprios...

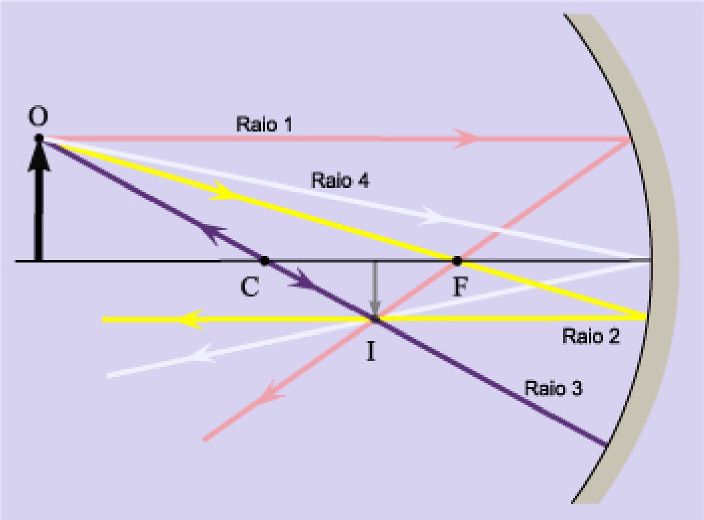


$$\lim_{s_o \to \infty} s_i = f = \frac{R}{2}$$

$$\frac{1}{s_i} + \frac{1}{s_o} = \frac{1}{f}$$

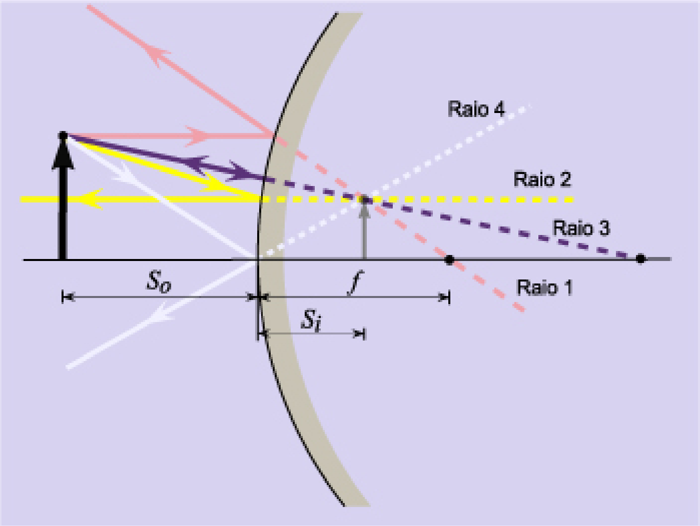


Virtual direita maior



Real invertida menor

$$\frac{1}{s_i}+\frac{1}{s_o}=\frac{1}{f}$$

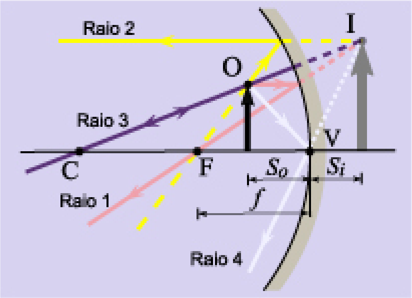


Virtual direita menor

Ampliação

OV e IV fazem o mesmo ângulo com o eixo óptico assim, os triângulos de O e I com V são semelhantes

M é negativo para imagens invertidas e positivo para imagens direitas



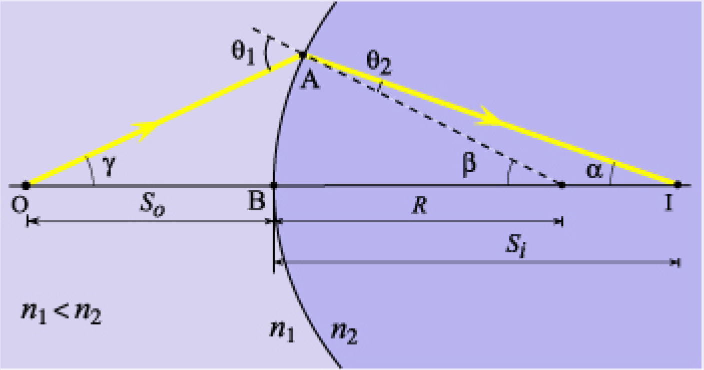
$$|M| = \frac{|I|}{|S|} = \frac{|s_i|}{|s_o|}$$

$$M = -\frac{s_i}{s_o}$$

Convenção de sinais

Grandeza	Sinal >0 (+)	Sinal >0 (-)
s_o	**Esq. de V. obj. real**	**Dir. de V, obj. virtual**
s_i	**Esq. de V, imag. real**	**Dir. De V, imag. virtual**
f	**Esq. Côncavo**	**Esq. Convexo**
R	**C dir. de V, esp. convex**	**C dir. de V, esp. cônc.**
y_o	**Acima eixo obj. dir.**	**Abaixo eixo obj. Invert.**
y_i	**Acima eixo imag. dir**	**Abaixo eixo imag. invert.**

O dióptro esférico



vê-se que

$$\theta_2 = \beta - \alpha \quad e \quad \theta_1 = \beta + \gamma$$

e pela lei de Snel

$$n_1 \cdot sen\ \theta_1 = n_2 \cdot sen\ \theta_2$$

Na aproximação dos pequenos ângulos

$$n_1 \cdot (\beta + \gamma) = n_2 \cdot (\beta - \alpha)$$

e

$$AB = R \cdot \beta = s_o \cdot \gamma = s_i \cdot \alpha$$

donde por substituição

$$n_1 \cdot \left(\frac{AB}{R} + \frac{AB}{s_o} \right) = n_2 \cdot \left(\frac{AB}{R} - \frac{AB}{s_i} \right)$$

e

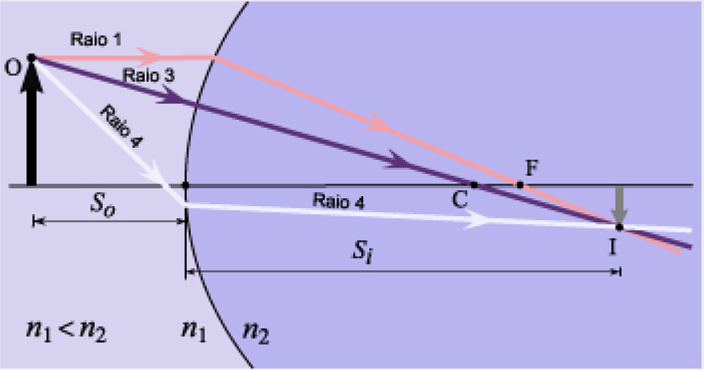
$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \left(\frac{n_2 - n_1}{R} \right)$$

Foco imagem

$$f_i = \lim_{s_o \to \infty} s_i = \frac{n_2}{n_2 - n_1} \cdot R$$

Foco objecto

$$f_o = \lim_{s_i \to \infty} s_o = \frac{n_1}{n_2 - n_1} \cdot R$$



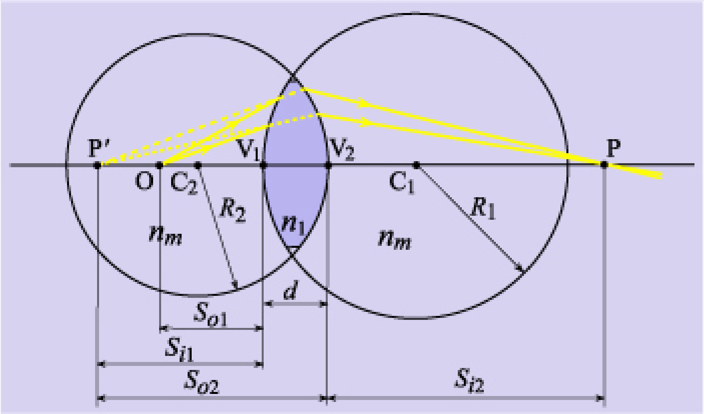
Grandeza	Sinal >0 (+)
s_o	**Esq. de V=B**
s_i	**Dir. de V=B**
f_o	**Esq. de V=B**
f_i	**Dir. de V=B**
R	**C dir. de V=B**
x_o	
x_i	
y_o	**Acima eixo**
y_i	**Acima eixo**

Existe um valor de s_{o1}, a partir do qual s_{i1} , está à esquerda de V_1 em P'

... $s_{i1}<0$. Para tal tem-se que:

$$-s_{i1} = |s_{i1}|$$

... s_{o2},>0 (esq. de V_2)



donde:

$$s_{o2} = |s_{o2}|$$

Como

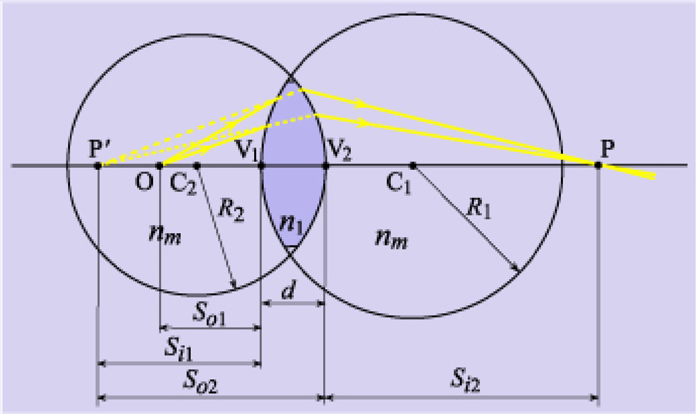
$$|s_{o2}| = |s_{i1}| + d$$

Para lentes finas d = 0 e vem:

$$|s_{i1}| = |s_{o2}|$$

e

$$s_{o2} = -s_{i1}$$



$$n_1 = 1 \quad e \quad n_2 = n$$

$$\frac{n}{s_{o2}} + \frac{1}{s_{i2}} = \left(\frac{1-n}{R_2}\right)$$

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \left(\frac{n_2 - n_1}{R}\right)$$

$$\frac{1}{s_o} + \frac{n}{s_{i1}} = \left(\frac{n-1}{R_1}\right)$$

substituindo na expressão do segundo dióptro vem,

$$\frac{n}{-s_{i1}} + \frac{1}{s_{i2}} = \frac{1-n}{R_2}$$

adicionando membro a membro as expressões dos dois dióptros e tendo em conta

$$s_{o1} = s_o \quad e \quad s_{i2} = s_i$$

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Os focos objecto e imagem são:

$$f_o = \lim_{s_i \to \infty} s_o = \left[(n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right]^{-1}$$

$$f_i = \lim_{s_o \to \infty} s_i = \left[(n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right]^{-1}$$

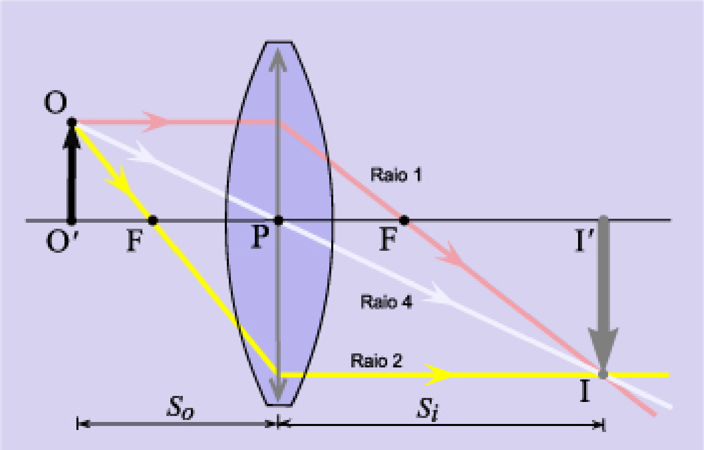
Donde $$f_o = f_i$$

E... que é a **Fórmula de Gauss**

$$\frac{1}{s_i} + \frac{1}{s_o} = \frac{1}{f}$$

Estratégias de formação de imagem por lentes:

Imagem dada por lente biconvexa (real invertida maior que o objecto dada por lente convergente)



Ampliação

$$M = \frac{II'}{SS'}$$

pela semelhança dos triângulos SS'P e II'P

$$|M| = \frac{|s_i|}{|s_o|}$$

Convencionando que para imagem direita M>0,

$$M = -\frac{s_i}{s_o}$$

Imagem dada por lente bicôncava:

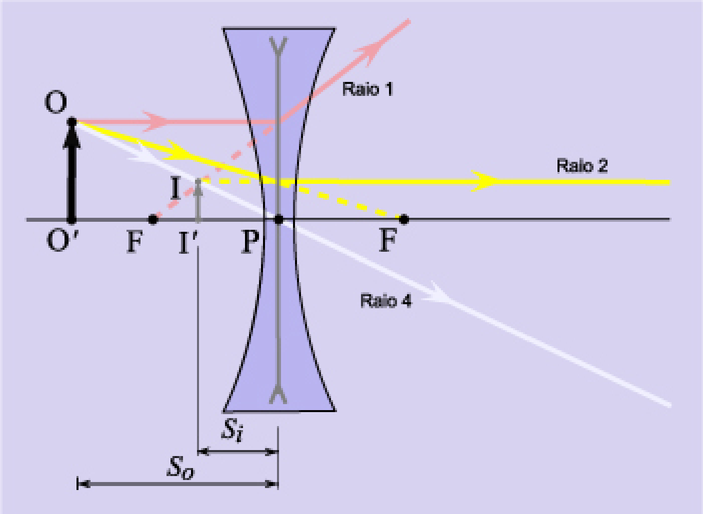
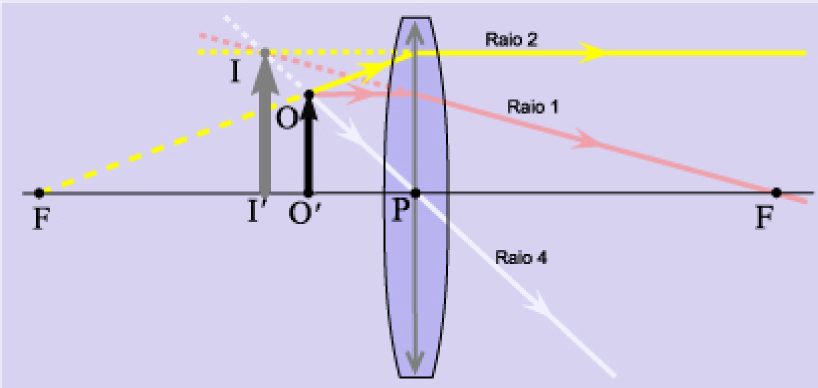


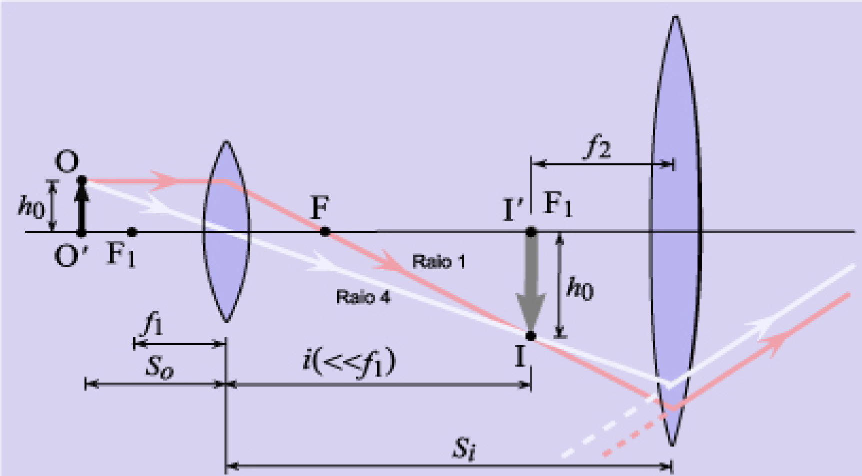
Imagem virtual direita
menor que o objecto
dada por lente divergente

Formação de imagem em Lupa:

Lupa com lente biconvexa

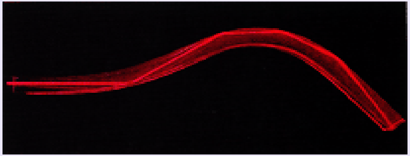


Formação de imagem em Microscópio:



Condução de luz por fibra óptica

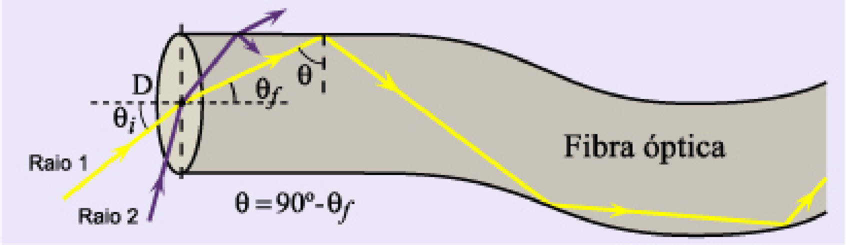
A fibra óptica é um dispositivo que aplica o conceito de ângulo crítico ou limite na reflexão interna. Consiste numa fibra cilindrica em que a radiação entra pela base e se propaga no seu interior



Para que haja reflexão total na face lateral

Na face de entrada a lei de Snell-Descartes...

$$n_i \cdot sen\theta_i = n_f \cdot sen\theta_f$$



O ângulo de incidência à face interna da fibra, (90º- θ_f), tem de ser maior que o ângulo crítico... ou seja ...

$$sen\left(90^{o}-\theta_f\right) > sen\theta_c = \frac{1}{n_f}$$

$$n_f \cdot \cos\theta_f > 1$$

Pela lei de Snell-Descartes

$$n_f \cdot \cos\theta_f > 1$$

$$n_f \cdot \sqrt{1 - sen^2\theta_f} > 1$$

$$n_f \cdot \sqrt{1 - \frac{sen^2\theta_i}{n_f^2}} = \sqrt{n_f^2 - sen^2\theta_i} > 1$$

o limite de $sen^2\theta_i$ é 1, donde:

$$\sqrt{n_f^2 - sen^2\theta_i} \rightarrow \sqrt{n_f^2 - 1} > 1$$

$$n_f^2 - 1 > 1 \quad \Rightarrow \quad n_f > \sqrt{2}$$

... se esta condição é obedecida... uma vez entrada na fibra a radiação já não sai

... os materiais usados têm tipicamente um índice de refracção de 1,62

Quando as fibras têm baínha, (cladding) com índice de refracção, n_c, define-se abertura numérica, AN, como:

$$sen\ \theta_{\max} \cdot n_0 = AN = NA = \sqrt{n^2 - n_c^2}$$

se a fibra opera no ar n_0=1,00028≅1, a AN dá o seno do ângulo máximo de incidência com transmissão sem atenuação

$$AN = NA = \sqrt{n^2 - n_c^2}$$