

Curso de Óptica Aplicada

Aula Teórica 4 – Propagação



Aula Teórica 4 – Propagação

- Leis da reflexão e da refração
- Princípio de Huygens
- Princípio de Fermat
- Equações de Fresnel
- Reflectividade e transmitância
- Percurso óptico

Leis da reflexão e da refração

As leis da reflexão e refração foram estabelecidas empiricamente:

Leis da reflexão

1ª lei - os raios incidente e reflectido e a normal à superfície, estão no mesmo plano (plano de incidência)

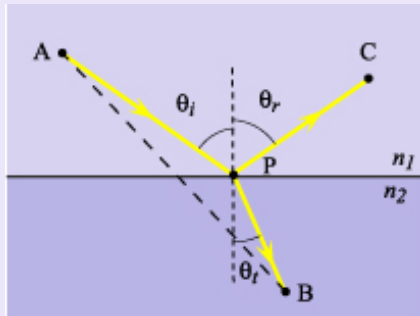
2ª lei - os ângulos de incidência e reflexão são iguais

Leis da refração

1ª lei - os raios incidente, refractado e a normal à superfície de separação dos meios, estão no mesmo plano (plano de incidência)

2ª lei - os ângulos de incidência e de refração estão relacionados por:

$$n_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen } \theta_2$$



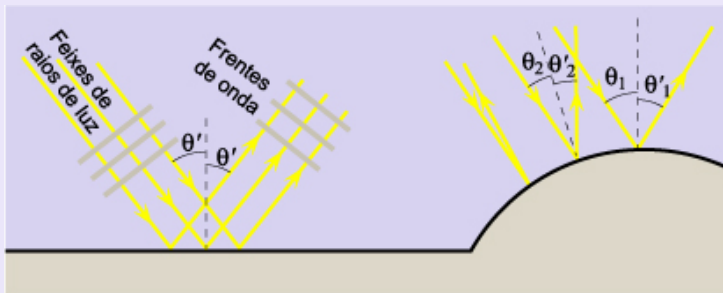
Em que n_1 e n_2 são os índices de refração dos meios de incidência e transmissão respectivamente

AT₄ – Propagação

Frentes de onda

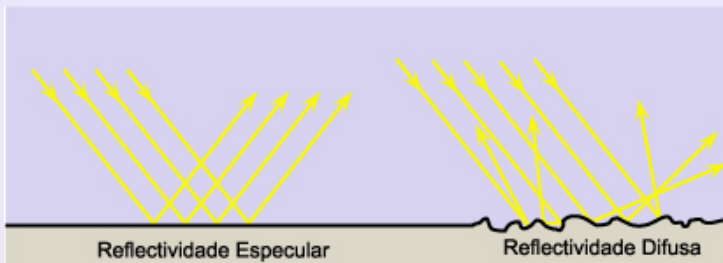
A reflexão de ondas planas em superfícies planas gera ondas planas...

... noutras superfícies gera frentes de onda de outras formas...



A materialização aproximada do conceito de raio luminoso é concretizada pelo feixe laser, a de frentes de onda pelas configurações obtidas em tina de ondas

Reflectividade especular e difusa



Em espelhos e superfícies polidas... a superfície física à escala da luz (microscópica) é bem representada pelo plano matemático (macroscópico)... Pode obter-se imagem como num espelho

... na reflexão especular verificam-se as leis da reflexão...

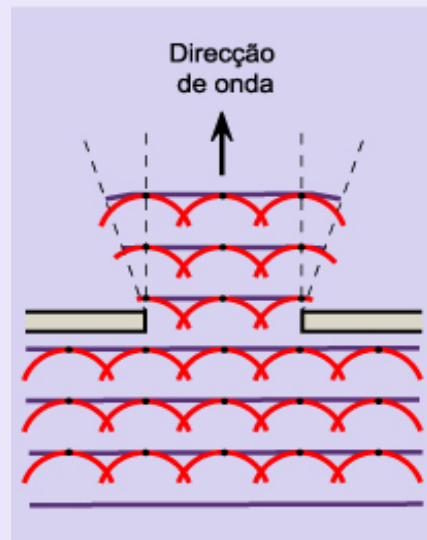
... na reflexão difusa...as leis da reflexão verificam-se apenas a nível microscópico... A superfície física é irregular e à escala da luz não é representada pelo plano matemático... Não se pode obter imagem

Princípio de Huygens

“cada ponto de uma frente de ondas primária é uma fonte de ondas esféricas secundárias que se propagam com velocidade e frequência semelhante à onda primária”.

As frentes de onda esféricas secundárias sobrepõem-se e reproduzem a frente de ondas primária que as gerou
... este processo observa-se nas frentes de onda planas antes do obstáculo e

... no encurvamento das frentes de onda geradas nos limites do obstáculo, onde diminui a amplitude de onda



AT₄ – Propagação

A teoria das ondas ao contrário da corpuscular explica a penumbra que parece gerada nas arestas da antepara

o princípio de Huygens permite a dedução das leis da reflexão e refração, contudo vamos usar o princípio de Fermat para obter essas leis

Princípio de Fermat

De entre todos os raios luminosos que divergem a partir dum ponto, o que passa por um outro ponto dado, é aquele que minimiza o tempo que a luz gasta no percurso entre os pontos considerados

No caso da reflexão como a velocidade é a mesma antes e depois da interacção com a superfície, o princípio de tempo mínimo é também um princípio de percurso geométrico mínimo

Reflexão e princípio de Fermat

O tempo de trajecto de A para C é:

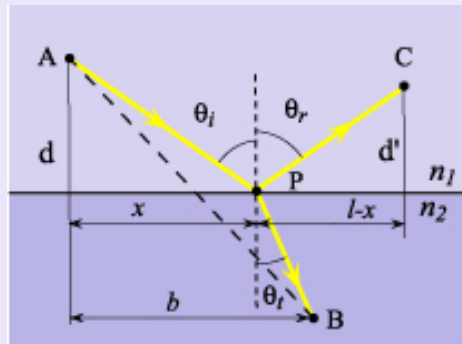
$$t_{AC} = t_{AP} + t_{PC} = \frac{\sqrt{d^2 + x^2}}{c} + \frac{\sqrt{d'^2 + (l-x)^2}}{c}$$

minimizando o tempo de trajecto:

$$\frac{\partial t_{AC}}{\partial x} = \frac{1}{c} \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{d^2 + x^2}} + \frac{(l-x)}{\sqrt{d'^2 + (l-x)^2}} \right) = 0$$

Vem assim que:

$$\text{sen } \theta_i = \text{sen } \theta_r \quad e \quad \theta_i = \theta_r$$

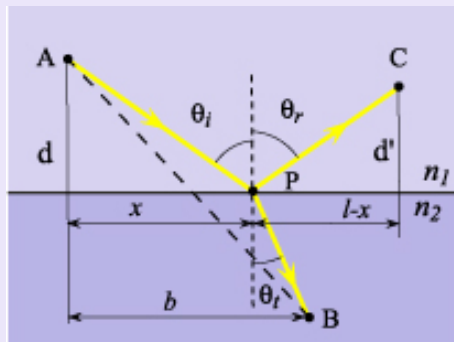


AT₄ – Propagação

desvios do ponto P, para cá ou para lá do plano da figura levarão a percursos maiores, pelo que o princípio de Fermat obriga a concluir pela perpendicularidade do plano APC à superfície reflectora

Ao tempo mínimo corresponde o trajecto mínimo por não haver mudança de meio...

... concluiu-se assim da igualdade de θ_i e θ_r ...
e da coplanaridade (1^a e 2^a leis da reflexão)



Refracção e princípio de Fermat

No caso da refracção a velocidade, não é a mesma antes e depois da interface... o “princípio de tempo mínimo” não leva a “princípio de percurso geométrico mínimo”

... um problema de percurso com tempo mínimo, é a determinação... do percurso dum nadador salvador, na areia e na água, para salvar um naufrago que se debate na água, supondo que não se encontram sobre a mesma perpendicular à linha de costa...

Pergunta-se em que ponto da borda de água o salvador entra na água sabendo que tem velocidades diferentes v_1 e v_2 nos dois meios...

AT₄ – Propagação

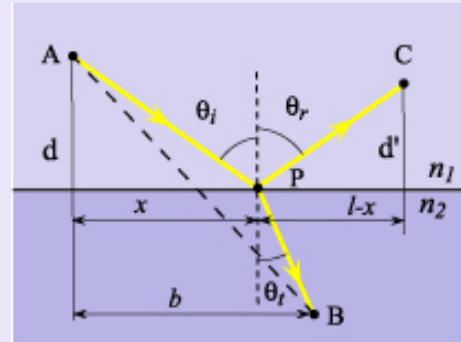
O tempo de trânsito da luz de A para B é dado por :

$$t_{AB} = t_{AP} + t_{PB} = \frac{\sqrt{d^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{d^2 + (b-x)^2}}{v_2} = \frac{1}{c} \cdot \left(n_1 \cdot \sqrt{d^2 + x^2} + n_2 \cdot \sqrt{d^2 + (b-x)^2} \right)$$

pele princípio de **Fermat** x é tal que o tempo entre A e B é mínimo, ou seja :

$$\frac{\partial t_{AB}}{\partial x} = \frac{1}{c} \cdot \left(\frac{n_1 \cdot x}{\sqrt{d^2 + x^2}} + \frac{n_2 \cdot (b-x)}{\sqrt{d^2 + (b-x)^2}} \right) = 0$$

pela definição de seno, vem a lei de **Snell-Descartes**:



$$\frac{\partial t_{AB}}{\partial x} = 0$$

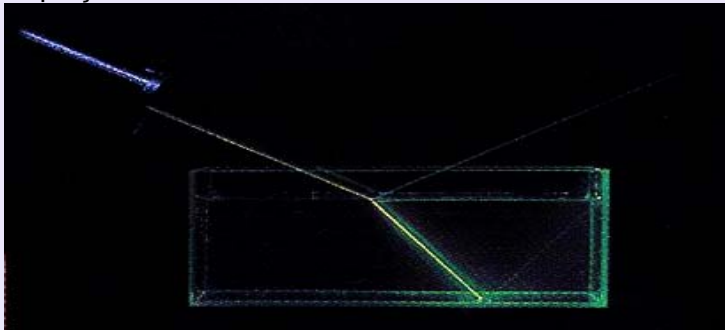
$$n_1 \cdot \text{sen } \theta_i = n_2 \cdot \text{sen } \theta_t$$

AT₄ – Propagação

Divisão da energia nas interfaces

Reflexão e refração parciais da luz, numa reflexão externa, em que $n_2 > n_1$ e o raio transmitido se aproxima da normal pela aplicação da lei de Snell

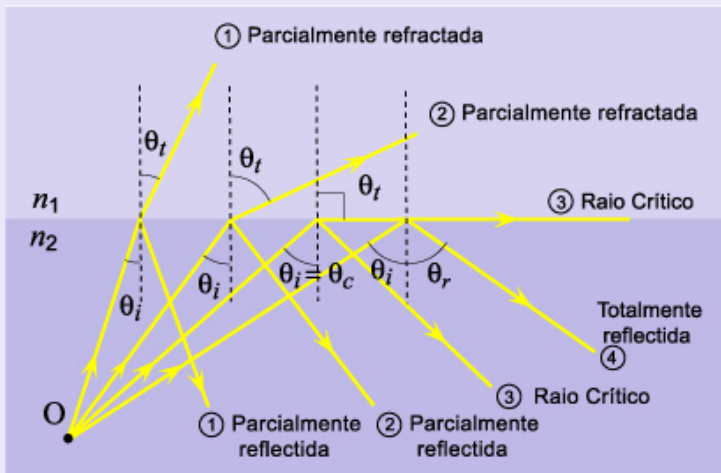
... a fracção de energia transportada em cada uma das ondas reflectida e refractada... é determinada pelas equações de Fresnel



Na superfície de separação entre dois meios a radiação pode ser reflectida, transmitida ou refractada ou sofrer ambos os processos

Divisão da energia nas interfaces

Reflexão interna em que $n_1 < n_2$... Observa-se refração parcial em que o raio transmitido se afasta da normal



$$n_2 \cdot \text{sen } \theta_c = \text{sen } 90^\circ$$

... o ângulo de incidência correspondente à refração de 90° , a partir do qual se extingue o raio refractado, chama-se ângulo crítico, θ_c

$$n_2 = \frac{1}{\text{sen } \theta_c}$$

... este fenómeno é importante nas aplicações como, guias de onda e fibras ópticas

Equações de Fresnel

Uma onda plana monocromática \vec{E}_i incidente na superfície de separação de dois meios de índices de refração n_i e n_t , origina duas ondas uma reflectida \vec{E}_r e outra transmitida \vec{E}_t . **Que se escrevem:**

As condições de continuidade de fase e das componentes tangenciais de E e B na interface, impoem:

- ... as leis da reflexão da refração,
- ... as equações de Fresnel
- ... a igualdade das pulsações das 3 ondas envolvidas:

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} \cdot e^{i[(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega_i \cdot t)]}$$

$$\vec{E}_r = \vec{E}_{0r} \cdot e^{i[(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega_r \cdot t)]}$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} \cdot e^{i[(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega_t \cdot t)]}$$

$$\omega_i = \omega_r = \omega_t$$

Equações de Fresnel (cont)

- Na prática a continuidade das componentes tangenciais por exemplo de E, significa que acima da superfície a soma das componentes tangenciais de E (refletido e incidente) é igual à componente de E transmitida.
- Por exemplo no caso de polarização normal em que E é perpendicular ao plano de incidência

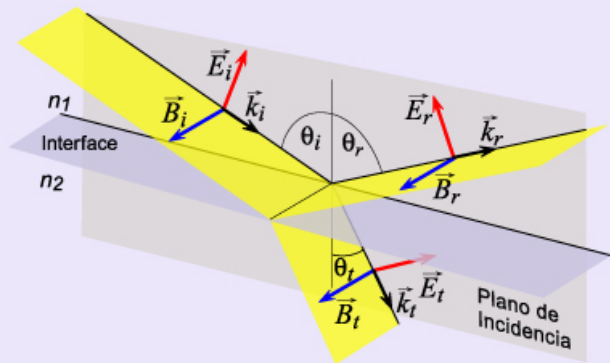
$$\vec{E}_{oi} + \vec{E}_{or} = \vec{E}_{ot}$$

AT₄ – Propagação

Equações de Fresnel (cont)

As **equações de Fresnel** são deduzidas para as polarizações normal e paralela independentemente

... polarização paralela (par) o campo E é paralelo ao plano de incidência



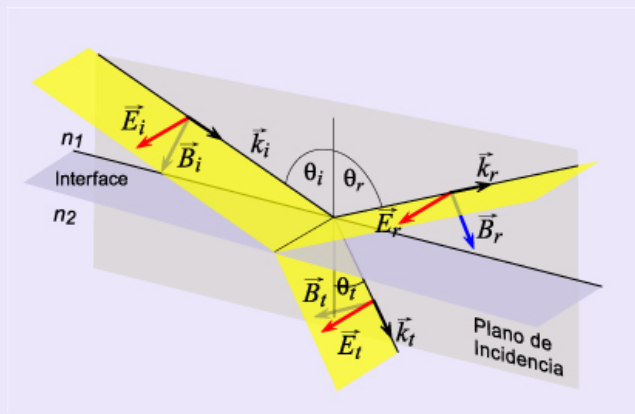
AT₄ – Propagação

Equações de Fresnel (cont)

... polarização normal (nor) o campo E é normal ao plano de incidência e como já se viu as condições de continuidade levam a

$$\bar{E}_{oi} + \bar{E}_{or} = \bar{E}_{ot}$$

... coeficientes de reflexão em amplitude r e os coeficientes de transmissão em amplitude t , são os **coeficientes de Fresnel**, que são as razões das amplitudes de onda envolvidas no processo para as diferentes polarizações



AT₄ – Propagação

Equações de Fresnel (cont)

Os coeficientes de reflexão em amplitude r_{nor} e os coeficientes de transmissão em amplitude t_{nor} para polarização normal são :

$$r_{nor} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{nor} = \frac{n_i \cdot \cos \theta_i - n_t \cdot \cos \theta_t}{n_i \cdot \cos \theta_i + n_t \cdot \cos \theta_t}$$
$$t_{nor} = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{nor} = \frac{2 \cdot n_i \cdot \cos \theta_i}{n_i \cdot \cos \theta_i + n_t \cdot \cos \theta_t}$$

Os coeficientes de reflexão em amplitude r_{par} e os coeficientes de transmissão em amplitude t_{par} para polarização paralela são :

$$r_{par} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{par} = \frac{n_t \cdot \cos \theta_i - n_i \cdot \cos \theta_t}{n_i \cdot \cos \theta_i + n_t \cdot \cos \theta_t}$$
$$t_{par} = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{par} = \frac{2 \cdot n_i \cdot \cos \theta_i}{n_i \cdot \cos \theta_i + n_t \cdot \cos \theta_t}$$

... podem ter expressões mais simples fazendo substituições através da lei de Snell-Descartes ou nos casos de incidência normal

AT₄ – Propagação

Equações de Fresnel (cont)

estes números podem ser positivos, negativos, nulos ou mesmo nalguns casos imaginários...

... dão as razões entre as amplitudes das ondas envolvidas na incidência, na reflexão e na refacção (transmissão)

Coeficientes de Fresnel para reflexão externa com, $n_i = 1$ e $n_t = 1,5$

... r_{nor} , ser sempre negativo para qualquer incidência, significa que E_{0i} e E_{0r} são vectores de direcção oposta,

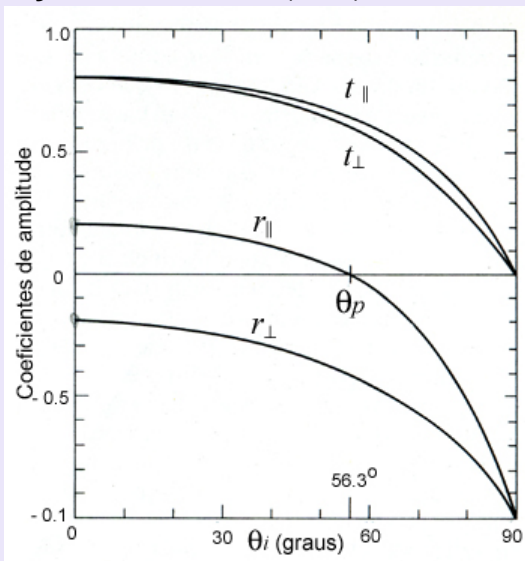
... ondas incidente e reflectida estão em oposição de fase.

... variação de fase na reflexão externa é $\Delta\varphi = \pi$.

... ondas transmitidas não mudam de fase em relação à incidente.

AT₄ – Propagação

Equações de Fresnel (cont)



Coeficientes de Fresnel para reflexão externa com, $n_i = 1$ e $n_t = 1,5$

... r_{nor} , ser sempre negativo para qualquer incidência, significa que E_{oi} e E_{or} são vectores de direcção oposta, ... ondas incidente e reflectida estão em oposição de fase.... variação de fase na reflexão externa é $\Delta\varphi = \pi$.

... ondas transmitidas não mudam de fase em relação à incidente.

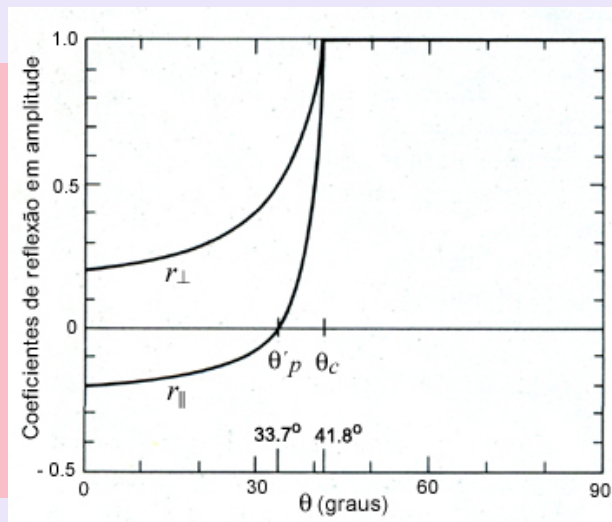
AT₄ – Propagação

Equações de Fresnel (cont.)

... para reflexão interna com, $n_i = 1,5$ e $n_t = 1$

No ângulo crítico cessa toda a transmissão, os coeficientes de reflexão em amplitude passam a ter o valor 1

O ângulo para qual r_{par} é nulo em ambos os casos, chama-se ângulo de polarização



AT₄ – Propagação

Equações de Fresnel (cont.)

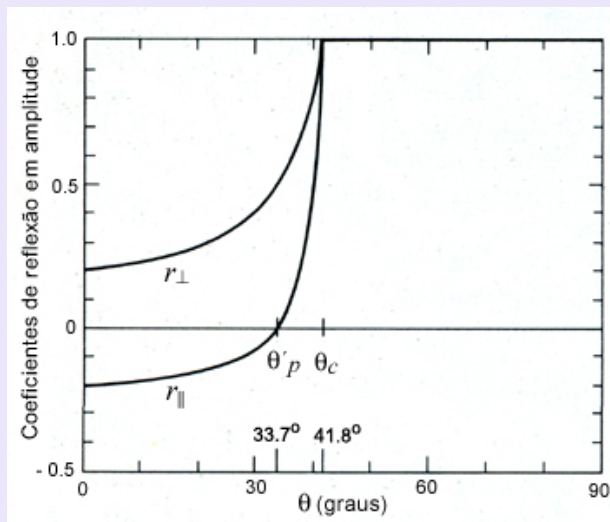
... para reflexão interna com, $n_i = 1,5$ e $n_t = 1$

... r_{nor} é sempre positivo.

... para qualquer incidência, E_{oi} e E_{or} são vectores com a mesma direcção

... ondas incidente e reflectida estão em fase

... variação de fase na reflexão interna é $\Delta\varphi = 0$

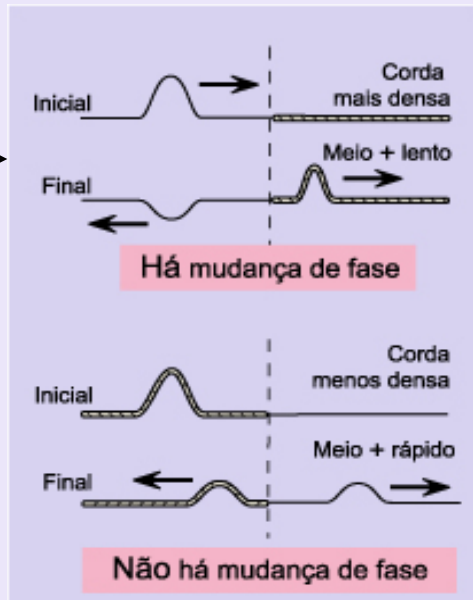
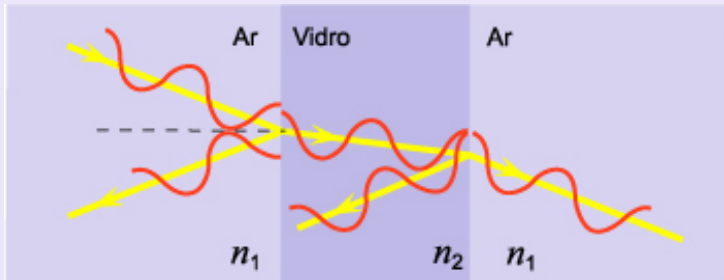


AT₄ – Propagação

Equações de Fresnel (cont.)

... propagação duma perturbação do tipo solitão numa corda

... variações de fase duma onda harmónica numa interface para as reflexões externa e interna



Reflectividade e transmitância

As medidas de intensidade luminosa não avaliam intensidades instantâneas mas sim médias no tempo. Relembremos que: →

$$I = \langle |S| \rangle = \frac{c \cdot \epsilon_0}{2} \cdot E_0^2$$

A irradiância I é a densidade de fluxo radiante, (W/m²) associado a uma onda

... Sendo a área irradiada A , ... As áreas das secções dos feixes são...

$$A \cdot \cos \theta_i, A \cdot \cos \theta_r, A \cdot \cos \theta_t$$

Assim, potências incidente, reflectida e transmitida são: →

$$I_i \cdot A \cdot \cos \theta_i$$

$$I_r \cdot A \cdot \cos \theta_r$$

$$I_t \cdot A \cdot \cos \theta_t$$

AT₄ – Propagação

reflectividade: - razão entre potências reflectida e incidente

transmitância: - razão entre as potências transmitida e incidente

Assim tem-se que:

$$R = \frac{I_r \cdot A \cdot \cos \theta_r}{I_i \cdot A \cdot \cos \theta_i} = \frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)^2 = r^2 \quad e$$

$$T = \frac{I_t \cdot \cos \theta_t}{I_i \cdot \cos \theta_i} = \left(\frac{n_t \cdot \cos \theta_t}{n_i \cdot \cos \theta_i} \right) \cdot t^2$$

Nestas três últimas expressões omitem-se os índices de polarização *nor* e *par*

Quando não há absorção pode escrever-se:

$$R + T = 1$$

Para a luz natural e não polarizada:

$$R_n = \frac{1}{2} \cdot (R_{nor} + R_{par})$$

Percurso óptico

O conceito de percurso óptico, PO , é consequência do princípio de Fermat:

O tempo total t , que a luz leva de O a I ,

... atravessando os meios de índice de refração n_i ,

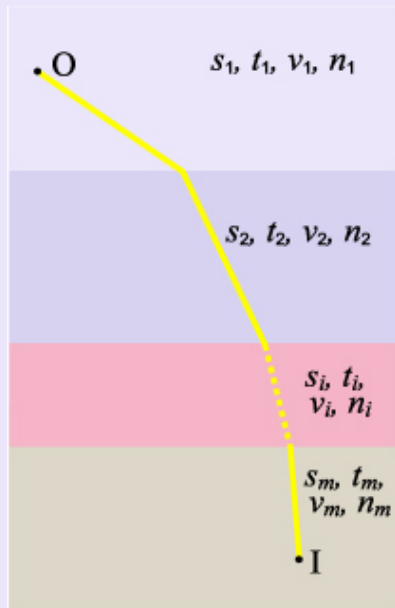
... à velocidade v_i

... percorrendo em cada meio no tempo t_i

... os espaços s_i

$$\text{é } t = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} + \dots + \frac{s_m}{v_m} = \sum_{i=1}^m \frac{s_i}{v_i}$$

$$t = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^m n_i \cdot s_i \Rightarrow PO = \sum_{i=1}^m n_i \cdot s_i = t \cdot c$$



PO - Percurso Óptico, é o espaço que a luz percorreria no vácuo, no tempo t , em que vai de O a I através dos meios envolvidos