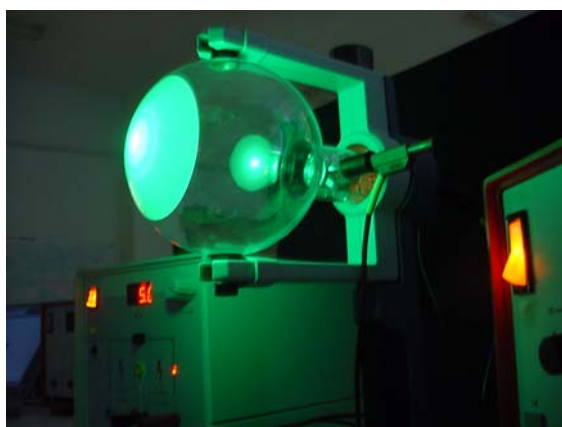


8

Partículas ou ondas ? A difracção de electrões

- *Demonstrar a natureza ondulatória dos electrões*
- *Ilustrar uma aplicação da difracção de electrões*
- *Determinar o comprimento de onda de electrões rápidos*
- *Verificar a dependência do comprimento de onda com a energia*



Introdução

Algumas técnicas de análise que permitem identificar o tipo de cristal de uma amostra, baseiam-se no comportamento ondulatório dos electrões. Quando os electrões têm energias entre 20 e 5000 eV a sua natureza ondulatória torna-se tão evidente que ao colidirem com uma superfície são difractados da mesma maneira que a luz numa fenda muito estreita. Visto que um cristal é uma estrutura ordenada, os electrões são difractados num padrão característico do tipo de cristal onde colidem, permitindo assim a sua identificação. Esta técnica é normalmente designada por LEED (Low Energy Electron Diffraction).

Foi o francês *Loius de Broglie* que em 1924 propôs a hipótese de, à semelhança do fóton, o electrão possuir um comprimento onda associado ao seu momento linear (ou à sua energia). O seu raciocínio está esquematizado na Fig. 1. Esta hipótese era verdadeira e foi confirmada experimentalmente cerca de 3 anos mais tarde por outros físicos.

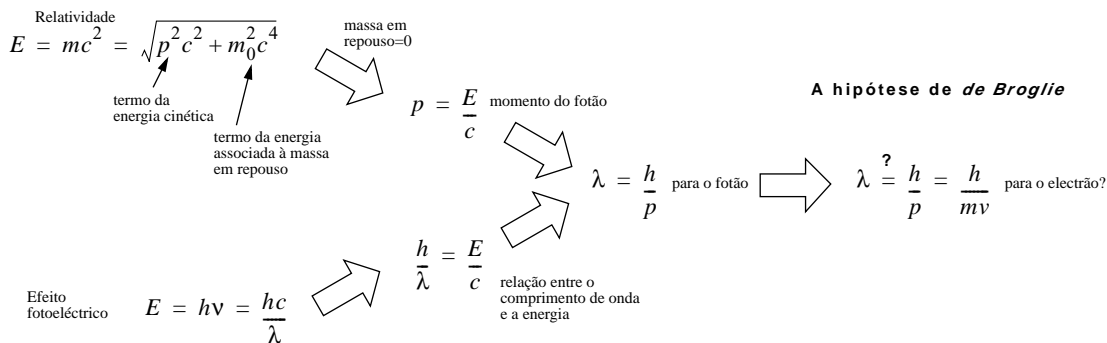


Figura 1. O raciocínio de Louis de Broglie em 1924. Se um fóton tinha momento linear que dependia da sua energia, não deveria acontecer o mesmo com as partículas que tenham massa em repouso maior que zero?

O comprimento de onda do electrão, também designado por comprimento de onda de de Broglie é dado pela seguinte relação

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (\text{Eq. 1})$$

Poucos antes, tinha-se demonstrado que a radiação também se comportava como partícula. A quantização da energia em fótons, salientava a sua natureza dupla— onda e partícula.

Com a confirmação de que a matéria, neste caso os electrões, não eram ‘apenas partículas’, mas também se podiam comportar com ondas estendia agora a dualidade onda-partícula também a todas as partículas com massa.

Tabela 1. Comprimento de onda de de Broglie para algumas partículas

Partícula, massa	Energia	Velocidade	Comprimento de onda, λ
Electrão, $9,11 \times 10^{-31}$ kg	2000 eV	$2,65 \times 10^7$ m.s ⁻¹	0,27 Å
Electrão, $9,11 \times 10^{-31}$ kg	200 eV	$1,96 \times 10^4$ m.s ⁻¹	0,87 Å
Protão, $1,67 \times 10^{-27}$ kg	2 eV	$1,96 \times 10^4$ m.s ⁻¹	0,20 Å
Bola com 20 g	$6,25 \times 10^{-6}$ J	40 m.s ⁻¹	$8,28 \times 10^{-34}$ m

O comprimento de onda de um electrão com 2 keV é 0,27 Å que é apenas um pouco menor que distância interatómica típica num sólido. Este valor é cerca de 1000 vezes menor do que para a luz, motivo pelo qual a natureza ondulatória apenas se torna evidente para partículas estas energias na presença de distâncias da mesma ordem do seu comprimento de onda. Para partículas maiores (com maior massa) ou mais lentas o comprimento de onda é muito menor (vidé Tabela 1).

A condição de Bragg

Não muito depois de se terem descoberto os raios-X em 1895, *W.L. Bragg* usou este tipo de radiação para estudar a estrutura cristalina de sólidos. Em 1912 ele propôs um modelo para explicar a ocorrência de mínimos e máximos obtidos por interferência construtiva e destrutiva entre a radiação dispersa.

Ele descreveu o cristal como um empilhamento de vários planos que permitiam deixar passar uma parte da radiação, mas que, como uma espelho, reflectiam a outra parte. As reflexões em planos sucessivos com um espaçamento entre si de a , percorriam trajectos que diferiam entre si de $2a \sin \theta$, sendo θ o ângulo de incidência. Se a diferença dos percursos percorridos igualasse um número inteiro de comprimentos de onda, a radiação reflectida sofreria interferência construtiva.

Este resultado é descrito pela famosa condição de *Bragg* para a interferência construtiva:

$$2a \sin \theta = n\lambda \quad (\text{Eq. 2})$$

onde n é um número inteiro igual ou superior a 1.

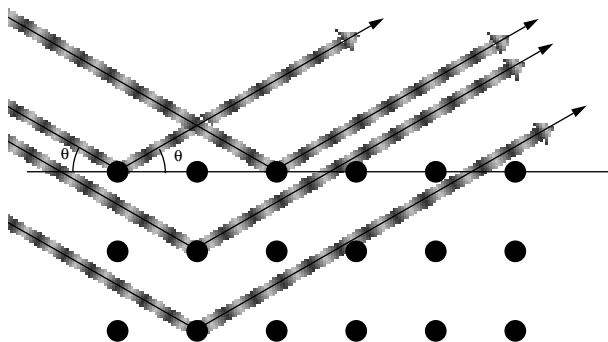


Figura 2. Difraccção em cristais. A radiação reflectida (ou partículas reflectidas) está sujeita a interferência construtiva de verificar a condição de *Bragg*.

Verificação experimental

A difracção de um feixe de electrões pode ser observada experimentalmente fazendo passar o feixe por um filme fino constituído por vários microcristais. Os electrões são emitidos por um cátodo que é aquecido, e são acelerados por uma diferença de potencial eléctrica V_{ac} conforme representado na Fig. 3.

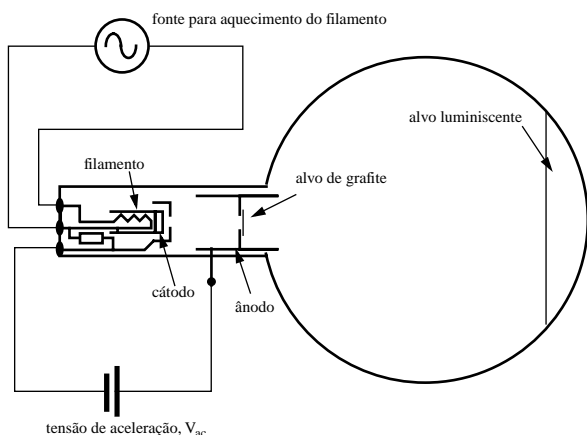


Figura 3. Arranjo experimental que permite verificar a difracção dos electrões.

O resultado da difracção pode ser visualizado num alvo luminoso.

Neste arranjo experimental, usa-se um filme de grafite (uma forma cristalina de carbono) que é colocado perpendicularmente ao feixe, como se ilustra na Fig. 4. Como o filme de grafite tem muitos microcristais a difracção dos electrões não dá origem a pontos, mas a anéis concêntricos conforme está representado.

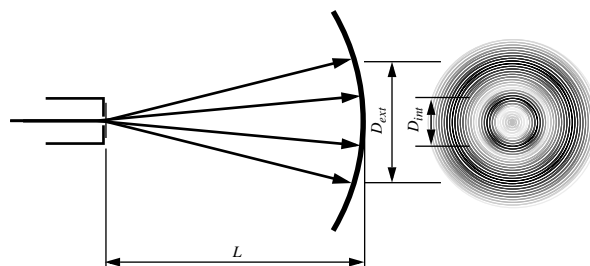
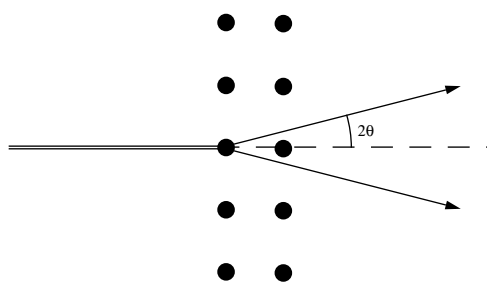


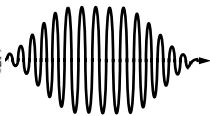
Figura 4. Ângulo e medidas relativos à experiência da difracção de electrões num filme de grafite.

Cada um destes anéis corresponde à difracção dos electrões entre dois planos com orientações diferentes da grafite. Nesta experiência, os planos que dão origem aos anéis observados são os indicados na Fig. 5. As distâncias entre esses planos são $d_{100} = 2,13 \text{ \AA}$ e $d_{110} = 1,23 \text{ \AA}$.

Observando a geometria representada na Fig. 4 podemos escrever que

$$\tan 2\theta = \frac{D}{2L} \quad (\text{Eq. 3})$$

onde D é um dos diâmetros dos anéis observados.



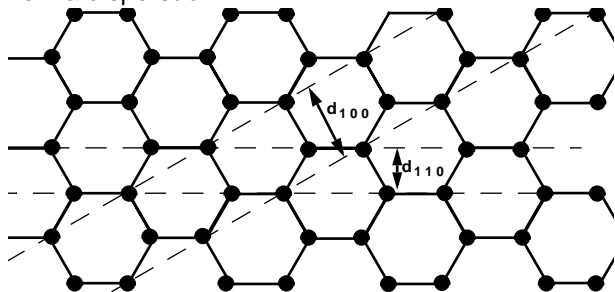
Assim podemos calcular que o ângulo θ é dado por

$$\theta = \frac{1}{2} \text{atan} \frac{D}{2L} \quad (\text{Eq. 4})$$

Como os anéis correspondem a interferência construtiva entre os electrões dispersos, aplicando a condição de Bragg (Eq. 2) com $n=1$, obtemos que

$$2d \sin\left(\frac{1}{2} \text{atan} \frac{D}{2L}\right) = \lambda \quad (\text{Eq. 5})$$

onde d é o espaçamento entre os planos que produzem a dispersão.



$$d_{110} = 2,13 \text{ \AA}$$

$$d_{100} = 1,23 \text{ \AA}$$

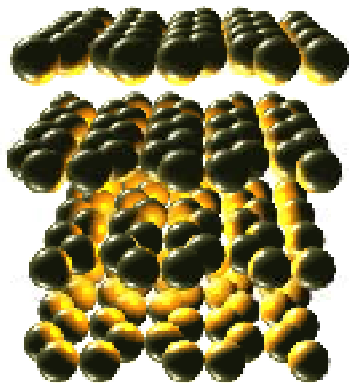


Figura 5. Estrutura cristalina da grafite. Os planos que contribuem para os padrões de difracção usados estão indicados. A difracção produzida pelos planos de clivagem (as aberturas evidentes na imagem inferior) não é observada.

Para ângulos pequenos podemos fazer a aproximação

$$\lambda \approx \frac{Dd}{2L} \quad (\text{Eq. 6})$$

Se a hipótese de *de Broglie* for verdadeira então teremos também que o comprimento de onda λ

deve verificar a relação

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m_e \sqrt{\frac{2eV_{ac}}{m_e}}} \quad (\text{Eq. 7})$$

onde e é a carga elementar e m_e a massa do electrão. Ou seja

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2em_e}} \frac{1}{\sqrt{V_{ac}}} \quad (\text{Eq. 8})$$

onde o primeiro termo é uma constante e o segundo indica uma dependência de λ com a tensão de aceleração, V_{ac} . Usando a Eq. 6 podemos obter uma relação directa com o diâmetro dos anéis,

$$D = \frac{2L}{d} \frac{h}{\sqrt{2em_e}} \frac{1}{\sqrt{V_{ac}}} \quad (\text{Eq. 9})$$

Tabela 2. Algumas relações e constantes importantes

Comprimento de onda de <i>de Broglie</i>	$\lambda = \frac{h}{p}$
Condição de Bragg	$2a \sin \theta = n\lambda$
Constante de Planck, h	$6,626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$
Carga do electrão, e	$1,6021 \times 10^{-19} \text{ C}$
Massa do electrão, m_e	$9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Equipamento

É necessário o seguinte equipamento para a realização da montagem experimental:

- 1 tubo Teltron 555 com o respectivo suporte
- 1 transformador de 220 V/ 6 V - 1A (pode usar em alternativa uma fonte com a mesma tensão de saída DC ou AC).
- 1 fonte de tensão de 0 a 5 kV com voltímetro
- 1 fonte de tensão de 0 a 50 V.
- 1 régua
- 6 cabos banana/banana.
- 1 cabo BNC/banana.
- 1 magneto.

A montagem está ilustrada na Fig. 6. Alguns dos

Medidas de segurança:

Esta experiência necessita de tensões eléctricas até 5 kV que são perigosas.

Fios condutores que entrem indevidamente em contacto com esta tensão, poderão provocar avarias no equipamento. Por este motivo, assegure-se que:

- As ligações eléctricas devem ser feitas com condutores e fichas devidamente isoladas.
- As unidades eléctricas devem estar desligadas durante a execução das ligações.
- A ampola está em vácuo e pode implodir se for quebrada!
- Não sujeite o tubo a esforços mecânicos.

equipamentos indicados podem ser substituídos por outros com especificações equivalentes.

A montagem experimental difere um pouco da indicada na Fig. 3 porque a fonte de electrões tem mais um electrodo que permite o controlo da sua corrente. Desta forma, é possível usar menos corrente para altas tensões (quando os anéis são facilmente visíveis) evitando danificar o filme de grafite. Este filme pode ser permanentemente danificado se ficar ao rubro durante alguns segundos.

A distância L entre o filme de grafite e o alvo luminoso é de 140 mm.

Montagem experimental

1. Identifique as unidades, o equipamento necessário e os pontos de ligação dos cabos.
2. Estabeleça as ligações conforme o esquema ilustrado na Fig. 6.
3. Assegure-se que a fonte de alta tensão está no mínimo.
4. Ligue o transformador e as fontes de tensão.

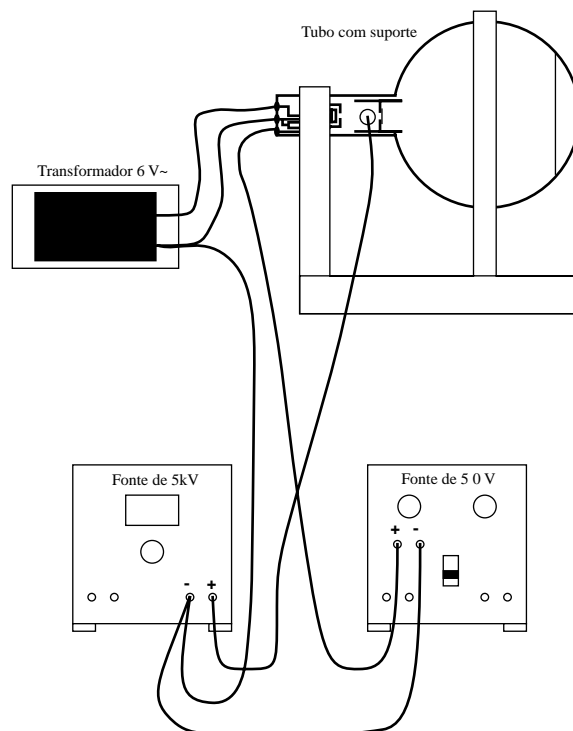


Figura 6. Montagem experimental. Tenha em atenção as medidas de segurança indicadas no quadro.

Medidas a obter

Determinação do diâmetro dos anéis em função da tensão de aceleração, V_{ac} :

1. Ajuste a tensão de aceleração para 2 kV. Meça o diâmetro dos anéis interno e externo observados. Se necessário ajuste a fonte de 50 V para a melhor visibilidade.

Nota: com baixa tensão de aceleração pode ser difícil de ver os anéis. Use um pano preto para proteger o tubo da luz exterior.

2. Repita em intervalos de 0,5 kV até 5 kV. Ajuste a fonte de 50 V para obter uma intensidade luminosa não mais que a necessária para a visualização dos anéis.
3. Aproxime um magneto e verifique o que acontece aos anéis.

4. Reduza a alta tensão até 0 V e desligue as unidades e o transformador

Exemplo de medida

De acordo com a Eq. 9, o diâmetro dos anéis deve descrever uma recta quando representado em função de $1/(\sqrt{V_{ac}})$. A recta obtida tem um declive, m que é descrito pela relação:

$$m = \frac{2L}{d} \frac{h}{\sqrt{2em_e}} \quad \text{(Eq. 10)}$$

A determinação geométrica deste declive permite confirmar a hipótese apresentada por *de Broglie* e as distâncias entre os planos que produzem o padrão de difracção.

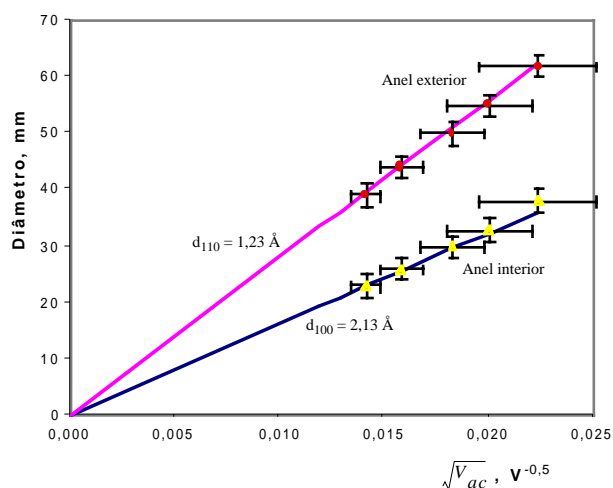


Figura 7. A dependência linear das medidas obtidas confirma que os electrões têm um comprimento de onda dado pela Eq. 1.

Na Fig. 7 estão representados dois conjuntos de pontos que correspondem às medidas obtidas para os anéis interiores e para os anéis exteriores, conforme indicado.

A sua dependência linear é bem demonstrada por comparação com as rectas traçadas. Usaram-se os valores referidos anteriormente para d_{100} e d_{110} . O bom ajuste das rectas aos pontos experimentais demonstra que esses valores são confirmados por esta experiência.

A razão entre os declives é aproximadamente de

$\sqrt{3} : 1$ o que é indicativo que a rede cristalina é hexagonal, como é característico da grafite, e não cúbica,.

A confirmação de que a difracção é produzida pelos electrões e não por qualquer feixe de fotões foi obtida com a aproximação de um magnete (com cuidado!). Os anéis são desviados, porque são produzidos por partículas com carga e não por radiação electromagnética.



8

Partículas ou ondas ?— Relatório

Nomes:

1-

2-

3-

Data

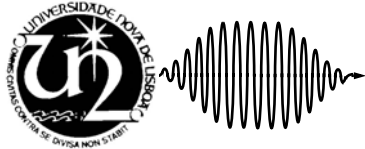
Licenciatura

Grupo

(Não use este relatório como rascunho)

Registo dos dados

Registe o que achar necessário para a correcta identificação da sua experiência (poderão, eventualmente, ser usadas condições diferentes das indicados).



Dados obtidos

Registe os dados obtidos.

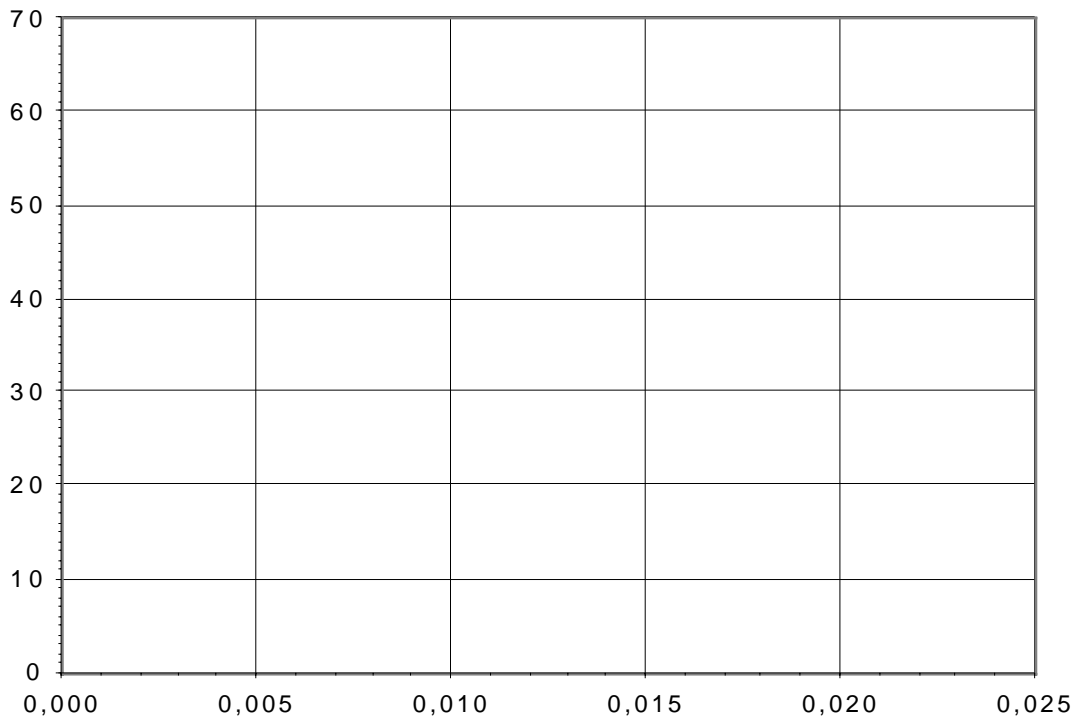
Tabela 1. Valores obtidos da variação do potencial retardador.

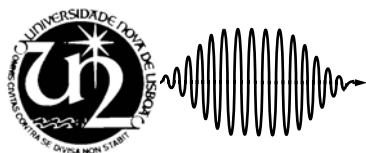
Tensão de aceleração, V_{ac} (V)	$\frac{1}{\sqrt{V_{ac}}}$, ($V^{-1/2}$)	Diâmetro do anel interior (mm)	Diâmetro do anel exterior (mm)

Representação gráfica

Trace um gráfico com os diâmetros medidos em função de $\frac{1}{\sqrt{V_{ac}}}$. Trace uma recta que passe pela origem para cada conjunto de pontos.

Identifique correctamente cada conjunto de pontos (relativo a cada anel).





Discussão

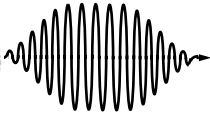
Calcule o valor dos espaçamentos interatómicos, d_{110} e d_{100} com base no declive das rectas traçadas no gráfico anterior.

Comente os resultados que obteve. Como se compararam com os resultados esperados.

Tente identificar algumas fontes de incerteza.

Conclusão

Faça uma avaliação objectiva do trabalho. Refira quais dos objectivos propostos foram alcançados. Proponha eventuais alterações.



(Use se necessário apenas para relatório)