



**Universidade Nova de Lisboa**

OMNIS CIVITAS CONTRA SE DIVISA NON STABIT

**Faculdade de Ciências e Tecnologia**



## **Ecologia II**



# Tabelas de vida

**Maio de 2006**

Trabalhos efectuado por:

**Joana Alves, nº. 16071**

## ÍNDICE

RESUMO -----	2
PALAVRAS-CHAVE -----	2
OBJECTIVOS DO TRABALHO -----	2
INTRODUÇÃO TEÓRICA -----	3
RESULTADOS -----	8
DISCUSSÃO E CONCLUSÃO DOS RESULTADOS -----	21
BIBLIOGRAFIA -----	24

## **RESUMO**

O trabalho proposto tenta caracterizar e enquadrar o modo dinâmico como uma população de espécies se comporta no seu habitat, e qual a tendência futura desse comportamento. O estudo da dinâmica de populações centrado na análise de tabelas de vida exprime da melhor forma este objectivo.

O trabalho subdivide-se em três partes que mesmo distintas se interligam neste conceito geral. Numa primeira parte, estudou-se o comportamento de três espécies fictícias, analisando as respectivas tabelas de esperança média de vida e as curvas de sobrevivência características. Numa segunda parte, a análise centrou-se na população humana e na tendência crescente que esta tem vindo a experimentar ao longo dos anos. Por último, analisou-se um conjunto de duas populações, de modo a perceber como as tendências de crescimento se correlacionavam com as variâncias de sustentação expressas no crescimento logístico.

## **PALAVRAS-CHAVE**

- Crescimento Populacional
- Tabelas de Vida
- Crescimento exponencial
- Crescimento logístico

## **OBJECTIVOS DO TRABALHO**

- Construção de tabelas de vida para várias populações, para assim compreender os principais padrões de mortalidade.
- Elaboração das respectivas curvas de sobrevivência e de esperança média de vida para exprimir o estudo do crescimento das populações em análise.
- Construção e análise de uma tabela de vida para a população humana de modo a compreender os padrões de crescimento e conseqüente projecção do percurso evolutivo.
- Construção de tabelas e curvas que exprimem o crescimento logístico de modo a compreender as suas dependências.

## INTRODUÇÃO TEÓRICA

As tabelas de vida são de grande valia para a compreensão da dinâmica populacional de uma espécie, uma vez que ao condensar os dados de análise de uma dada população, permitem assim uma visão integrada das suas características biológicas, sob condições ambientais determinadas. Uma tabela de vida trata assim a reunião de um conjunto de dados que reflectem os padrões vitais de uma determinada população. Esta tabela de vida pode exprimir-se de forma horizontal ou vertical, dependendo do modo como os dados foram obtidos.

O método de obtenção dos dados para construir uma tabela de vida horizontal ou dinâmica é o acompanhamento do destino de uma coorte, desde o nascimento até a morte do último sobrevivente de uma dada população. Coorte trata o conjunto de indivíduos nascidos numa mesma data ou época do ano.

A impossibilidade desta análise, como muitas vezes se verifica, pode conduzir à formulação de censos periódicos da população de interesse, isto leva à construção de transectos de uma população num tempo definido, isto é, a uma tabela de vida vertical ou estática, que se exprime pela contagem e classificação de um determinado grupo de indivíduos em diferentes idades ou estágios.

Para além desta classificação, as tabelas de vida podem também agrupar um conjunto de dados de modo a associa-las a tabelas de fertilidade ou tabelas de esperança de vida.

Para as tabelas de fertilidade, cada indivíduo apresenta a sua própria velocidade de desenvolvimento, longevidade e fecundidade, sendo tais factores comumente expressos em termos médios da população.

O crescimento populacional depende do número de fêmeas sobreviventes e respectiva produção individual, em cada intervalo de tempo. A taxa líquida de reprodução ( $R_0$ ) é definida como o número médio de descendentes fêmeas geradas por fêmea no decurso de uma geração, ou seja, é o número de vezes que uma espécie consegue aumentar de uma geração para outra.

A tabela de vida pode ser usada para determinar se o crescimento de uma população é positivo, negativo ou se permanece estável. Uma população é considerada estável quando o valor de  $R_0$  é igual a 1, valores de  $R_0$  maiores que 1 indicam crescimento populacional, enquanto que valores menores que 1 indicam decréscimo populacional.

O tempo de geração ( $T_c$ ), é o tempo médio entre duas gerações sucessivas de uma determinada população, sendo considerado como o intervalo compreendido entre a gestação de uma fêmea e a gestação de outra fêmea procedente da primeira geração.

Geralmente a taxa de natalidade e mortalidade é determinada por várias condições, dentre elas, a qualidade do alimento, temperatura, humidade e fotoperíodo associado. Estes são por isso, os factores principais que normalmente influenciam as características biológicas de uma população, sob condições controlada ou não.

As tabelas de vida são ferramentas que procuram assim capturar e reflectir as mudanças numéricas que ocorrem ao longo do tempo de vida, nos padrões de sobrevivência de uma determinada população. Embora a construção de tabelas de vida para populações humanas tenha uma história relativamente longa, a sua utilização para populações animais é bem mais recente.

As mudanças na densidade humana afectam muitas das relações básicas entre os componentes do ecossistema e a relativa abundância das populações componentes. Como com todas as populações, as populações humanas estão sujeitas aos efeitos limitantes a altas densidades, que afectam, de muitas maneiras, os níveis de consumo e a qualidade ambiental. A compreensão da dinâmica da população e o seu relacionamento com os efeitos dependentes de densidade é essencial para a estimativa da capacidade de suporte.

Em *Essay on The Principle of Population* (Ensaio sobre o Princípio da População), Thomas Malthus (1789) reconheceu que, dados recursos abundantes, as populações humanas têm uma tendência inata de aumentar geometricamente, ou exponencialmente, produzindo uma curva de crescimento em forma de "J".

O padrão de crescimento pode ser descrito por:

$$N_t = N_0 e^{rt}$$

onde:

**$N_0$**  = número de indivíduos no momento "0"

**$N_t$**  = número de indivíduos no momento "t"

**e** = base de logaritmos naturais (a constante 2,71828...)

**r** = capacidade inata para o crescimento, dadas as condições ambientais vigentes

**t** = tempo

O parâmetro **r** é designado por taxa intrínseca de crescimento populacional, definida como a capacidade inata de aumento de uma população crescendo em condições óptimas, ou seja, a expressão potencial biótico de uma população. **r** assume-se assim como a diferença entre a razão da taxa de natalidade e a de mortalidade.

Se a natalidade for maior que a mortalidade, **r** é positivo havendo crescimento populacional. Por outro lado, se a mortalidade for maior que a natalidade, então **r** assume valores negativos e a população tende a desaparecer. Quando **r** é igual a zero, a população permanece estável. Da análise, pode-se então afirmar que **r** é um parâmetro geneticamente determinado que se reflecte na capacidade potencial de multiplicação populacional.

O parâmetro  $\lambda$  define a taxa finita de aumento populacional e representa um factor de multiplicação da população a cada dia, diferindo de **r** por ser uma taxa finita de aumento populacional e não instantânea.

Quando  $\lambda$  igualar a 1, a população mantém-se estável e neste caso **r** é igual a zero. O parâmetro  $\lambda$  assume valores menores que a unidade, assim, quando **r** é negativo, a taxa de mortalidade é maior do que a de natalidade e a população tende a desaparecer. Se  $\lambda$  for igual a zero, **r** torna-se negativo e, neste caso, nenhum animal em idade reprodutiva é adicionado à população, havendo 100% de mortalidade nos estágios imaturos.

O crescimento exponencial a qualquer taxa maior do que zero teoricamente produz tamanhos infinitos de população se continuar ininterruptamente. As populações reais

somente seguem o padrão exponencial quando os recursos são abundantes e outras condições são favoráveis para o crescimento contínuo (Malthus, 1789, 1830).

O matemático belga Pierre F. Verhurst (1837) derivou uma equação logística para descrever o padrão de crescimento em forma de "S" da curva sigmóide demonstrada por uma população com recursos limitados. Em baixas densidades a população cresce de maneira exponencial, e em altas densidades as taxas de crescimento diminuem, à medida em que os recursos vão se tornando insuficientes para sustentar o crescimento contínuo da população. Com o decorrer do tempo a população assintoticamente aproxima-se de um limite superior conhecido como  $k$ , a densidade de saturação ou capacidade de suporte logístico na curva é o efeito da "resistência ambiental", ou aquilo que Malthus chamou de "dificuldade de subsistência".

Para espécies animais de vida livre, por exemplo, a disponibilidade de alimento, abrigo e água são factor limitantes para o crescimento populacional. Esse limite máximo sustentável é denominado capacidade de suporte ou sustentação do meio ( $K$ ) em Ecologia.

A equação logística é normalmente escrita como uma equação diferencial, indicando a mudança na taxa do aumento:

$$\frac{\delta N}{\delta t} = rN \frac{(K - N)}{K}$$

onde:

$dN/dt$  = taxa do aumento da população

$N$  = tamanho da população

$r$  = capacidade inata para o aumento, dadas as condições ambientais vigentes

$K$  = densidade de saturação ou capacidade de suporte logístico

Pode-se observar, na equação acima, que quando a população tende à capacidade de suporte, tem-se que  $dN/dt = 0$ , e o tamanho da população permanece estável. A ocorrência esperada é que haja ou uma elevação da taxa de mortalidade devido à competição por alimento e abrigo ou uma redução da taxa de natalidade.

A equação para o crescimento logístico repousa sobre várias conjecturas satisfeitas apenas para algumas populações de organismos no mundo real:

- 1) Existe uma distribuição inicial estável de idades;
- 2) Ou todos os indivíduos são ecologicamente equivalentes ou é usada uma unidade de densidade apropriada para ponderar as diferenças de estágio de vida, tamanho individual, etc.;
- 3) A taxa inata de aumento ( $r$ ) pode ser realmente alcançada sob condições existentes;
- 5) O relacionamento entre a densidade e a taxa de aumento é linear, incluindo a pressuposição da mais alta taxa de crescimento quando a densidade de população for extremamente baixa.

As discrepâncias entre essas pressuposições e características das populações reais explicam os muitos afastamentos da curva de crescimento logístico encontrados na natureza. Eles também significam que muito do valor da equação logística é a descrição do crescimento sob certas circunstâncias em vez de ser como um previsor do crescimento onde essas condições não se aplicarem.

Com base nos parâmetros  $k$  e  $r$  da equação do modelo logístico, surgiram duas definições usadas em Ecologia: a de estratégias de selecção  $k$  e  $r$ .

Uma população com estratégia  $k$  seria uma população para a qual a capacidade de suporte do meio é um factor restritivo. Por conseguinte, os indivíduos de uma população de estratégia  $k$  tendem a competir por alimento, e a apresentar um tempo de vida mais longo em comparação a indivíduos de espécies de estratégias  $r$ .

Para as espécies com estratégia  $r$ , por outro lado, a capacidade de suporte não é um factor restritivo, com indivíduos com tempo de vida mais curto, e que tendem a não apresentar cuidados parentais. Associado a este tipo de estratégia estão as populações de espécies conjugadas com tabelas do tipo III, como serão os insectos. Como exemplo de espécie com estratégia  $k$ , pode-se citar aquelas que se definem em tabelas de vida I e II, como o caso dos mamíferos.

Verifica-se assim que populações de todas as espécies são limitadas abaixo dos níveis infinitos para os quais o crescimento exponencial teoricamente os levaria. O crescimento da população pode ser limitado por factores que estão ligados com a densidade da população (controles dependentes de densidade) ou por factores físicos tais como tempo desfavorável, inundações ou outras catástrofes naturais agindo como controles independentes de densidade.

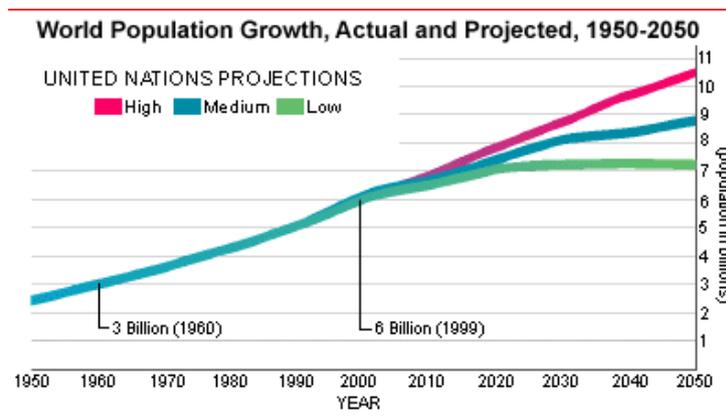
Os controles dependentes de densidade agem através de mecanismos tais como competição entre membros da mesma espécie pelos recursos escassos (competição intraespecífica), competição com membros de outras espécies (competição interespecífica), ou por predadores, parasitas ou organismos de doenças cujas populações e/ou frequências de ataque aumentam em resposta ao aumento de densidade da população de presas ou de hospedeiros. Os controles dependentes de densidade normalmente agem mais gradualmente na limitação do crescimento da população do que os independentes de densidade, resultando em um enfraquecimento no crescimento a medida em que se aproxima de um limite.

O crescimento populacional é uma das grandes questões debatidas no mundo desde meados da década de 1970. Por esta altura, as altas taxas de natalidade assustavam e promoviam a discussão entre governos e sociedades a respeito dos recursos naturais necessários para a sobrevivência da crescente população, contudo, no início do século XXI já se levantavam questões referentes ao modo como as previdências sociais sobreviveriam caso as taxas de natalidade continuem a diminuir.

A população mundial engloba o número total de humanos vivos no planeta Terra a um dado momento. De acordo com estimativas publicadas pelo United States Census Bureau, em Junho de 2005, a população mundial agrupava um conjunto de 6.450.000.000 de indivíduos. De acordo com projecções populacionais, este valor continua a crescer a um ritmo sem precedentes.

O relatório do Bureau de Pesquisa Populacional revelou que o aumento da população mundial deve-se, preferencialmente, às altas taxas de fertilidade nos países mais pobres. O aumento populacional em África, e partes da Ásia, contribui sobremaneira para o crescimento populacional a nível global, estimado em 2.7 crianças por mulher.

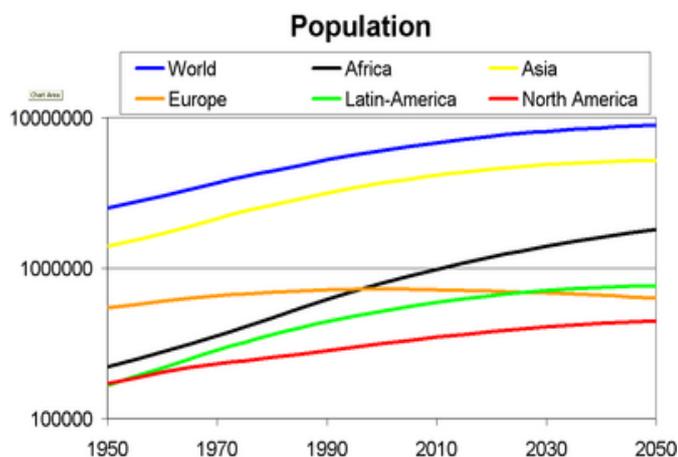
Entre os países abaixo desses níveis, encontra-se a Tailândia e a China, onde duas décadas de políticas governamentais tendentes a conter o crescimento populacional, tiveram reflexos ao nível da taxa de fertilidade fixada em 1.6 crianças por mulher, números que se equiparam aos das nações desenvolvidas. Na Europa, a taxa de fertilidade decaiu de tal forma, a ponto de se prever que aquele continente venha a ser a região do planeta com menos população quando se atingir o ano 2050.



**Fig. 1** – Projecção do crescimento populacional até 2050.

(<http://www.unfpa.org/6billion/facts.htm>) (23 Abril 2006)

O estudo sobre a população mundial revela ainda que a taxa de fertilidade tem um significativo impacto a longo termo, nos estudos sobre as tendências populacionais globais, isto porque o facto das altas taxas de fertilidade registarem-se nos países pobres e nas regiões rurais do mundo, acabam por dificultar a recolha dos dados.



**Fig.2** – gráfico ilustrativo do crescimento populacional humano nos diferentes continentes

O relatório sobre o crescimento populacional mundial dá ainda conta que até o ano 2050, a população mundial conhecerá um aumento de 43%.

## RESULTADOS

Para estimar os parâmetros da tabela de vida, é necessário calcular um variado número de algoritmos, descritos de seguida:

- $x$  – Classes de idade

- $l_x$  – Número de indivíduos sobreviventes (em cada 1000) no início do intervalo de idades

$$l_x = n_x / n_0$$

- $d_x$  – Número de mortos (em cada 1000) no intervalo de idades:

$$d_x = n_x - n_{x+1}$$

- $q_x$  – Taxa de mortalidade: proporção dos  $l_x$  indivíduos que morrem durante um intervalo de idades, geralmente expressa para 1000 indivíduos:

$$q_x = d_x / n_x$$

- $L_x$  – Número médio de indivíduos sobreviventes entre duas classes consecutivas:

$$L_x = (n_x + n_{x+1}) / 2$$

- $T_x$  – Número total de indivíduos de idade igual ou maior do que  $x$ :

$$T_x = \sum L_x$$

- $e_x$  – Esperança média de vida: número de classes de idade, que o indivíduo, situado numa determinada classe, tem ainda a percorrer:

$$e_x = T_x / n_x$$

- $R_0$  – Taxa líquida de reprodução, exprime o somatório do número médio de crias produzidas por fêmeas em cada dia, multiplicado pela correspondente sobrevivência acumulada em cada período de tempo.

$$R_0 = \sum l_x m_x$$

- **Tc** – Estimativa aproximada do intervalo entre gerações, corresponde à média de idades entre o período que baliza o nascimento da mãe e o nascimento dos filhos, ponderada pelo número líquido de descendentes produzidos no certo período.

$$Tc = \frac{\sum x l_x m_x}{R_0}$$

- **r** – Estimativa aproximada da taxa intrínseca de crescimento, obtém-se pela razão entre o logaritmo neperiano da taxa líquida de reprodução (Ro) e a estimativa aproximada do intervalo entre gerações (T).

$$r = \ln (R_0) / Tc$$

- **λ** – Taxa finita de aumento, exprime-se pela expressão:

$$\lambda = e^r$$

## Crescimento Populacional – Modelo Geométrico

### Tabela de vida para uma Espécie A

Sp A

Anos (x)	Nx	dx	lx	qx	Lx	Tx	ex	px
0,00	1000,00	10,00	1,00	0,01	995,00	6641,00	6,64	0,99
1,00	990,00	20,00	0,99	0,02	980,00	5646,00	5,70	0,98
2,00	970,00	30,00	0,97	0,03	955,00	4666,00	4,81	0,97
3,00	940,00	40,00	0,94	0,04	920,00	3711,00	3,95	0,96
4,00	900,00	50,00	0,90	0,06	875,00	2791,00	3,10	0,94
5,00	850,00	100,00	0,85	0,12	800,00	1916,00	2,25	0,88
6,00	750,00	250,00	0,75	0,33	625,00	1116,00	1,49	0,67
7,00	500,00	300,00	0,50	0,60	350,00	491,00	0,98	0,40
8,00	200,00	160,00	0,20	0,80	120,00	141,00	0,71	0,20
9,00	40,00	39,00	0,04	0,98	20,50	21,00	0,53	0,03
10,00	1,00	1,00	0,00	1,00	0,50	0,50	0,50	0,00
11,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00

Fig 3- Tabela de vida representativa da Espécie A

**Tabela de vida para uma Espécie B**

**Sp B**

Anos (x)	Nx	dx	lx	qx	Lx	Tx	ex	px
0	2048	1024,00	1,00	0,50	1536,00	3070,00	1,50	0,50
1	1024	512,00	0,50	0,50	768,00	1534,00	1,50	0,50
2	512	256,00	0,25	0,50	384,00	766,00	1,50	0,50
3	256	128,00	0,13	0,50	192,00	382,00	1,49	0,50
4	128	64,00	0,06	0,50	96,00	190,00	1,48	0,50
5	64	32,00	0,03	0,50	48,00	94,00	1,47	0,50
6	32	16,00	0,02	0,50	24,00	46,00	1,44	0,50
7	16	8,00	0,01	0,50	12,00	22,00	1,38	0,50
8	8	4,00	0,00	0,50	6,00	10,00	1,25	0,50
9	4	2,00	0,00	0,50	3,00	4,00	1,00	0,50
10	2	2,00	0,00	1,00	1,00	1,00	0,50	0,00
11	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00

Fig 4- Tabela de vida representativa da Espécie B

**Tabela de vida para uma Espécie C**

**Sp C**

Anos (x)	Nx	dx	lx	qx	Lx	Tx	ex	px
0	10000	9900,00	1,00	0,99	5050,00	5255,00	0,53	0,01
1	100	70,00	0,01	0,70	65,00	205,00	2,05	0,30
2	30	10,00	0,00	0,33	25,00	140,00	4,67	0,67
3	20	2,00	0,00	0,10	19,00	115,00	5,75	0,90
4	18	1,00	0,00	0,06	17,50	96,00	5,33	0,94
5	17	1,00	0,00	0,06	16,50	78,50	4,62	0,94
6	16	1,00	0,00	0,06	15,50	62,00	3,88	0,94
7	15	1,00	0,00	0,07	14,50	46,50	3,10	0,93
8	14	1,00	0,00	0,07	13,50	32,00	2,29	0,93
9	13	1,00	0,00	0,08	12,50	18,50	1,42	0,92
10	12	12,00	0,00	1,00	6,00	6,00	0,50	0,00
11	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00

Fig 5- Tabela de vida representativa da Espécie C

Para a *Espécie A*

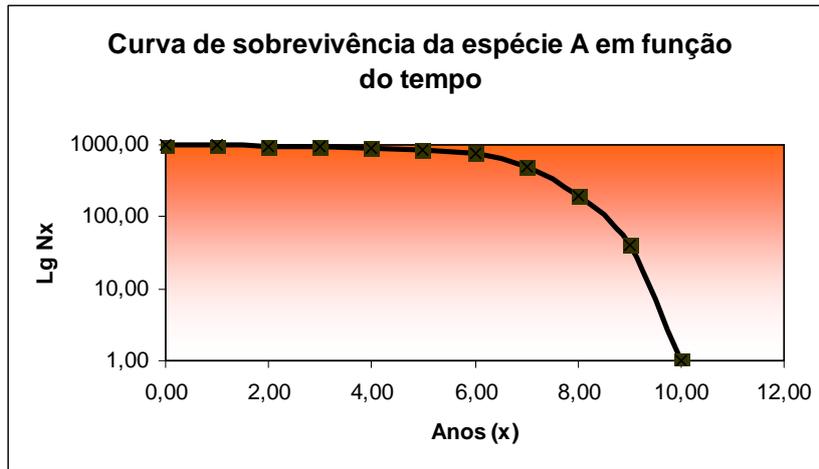


Gráfico 1 – Curva de sobrevivência para a espécie A e função do tempo

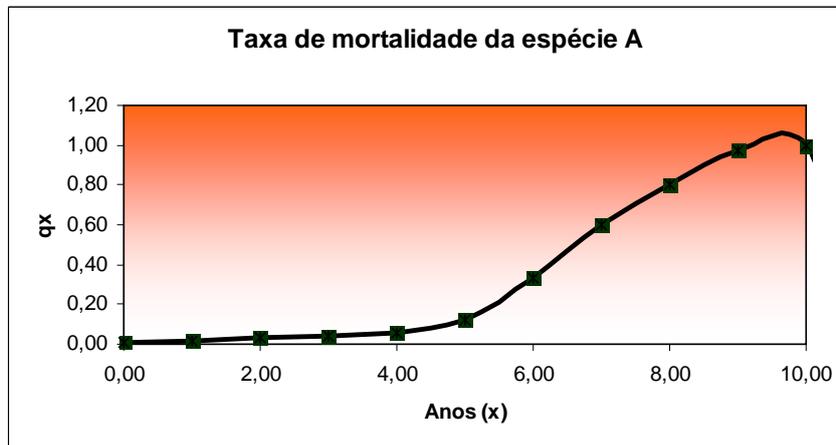


Gráfico 2 – Gráfico relativo à taxa de mortalidade para a espécie A em função do tempo

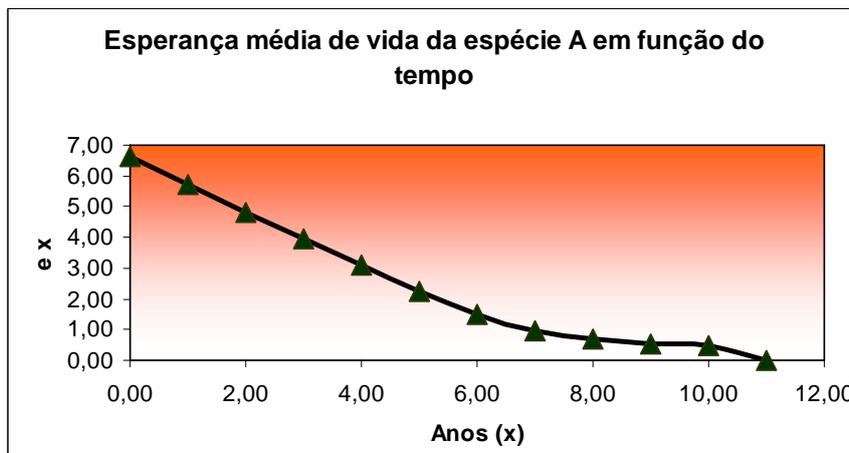


Gráfico 3 – Gráfico relativo à esperança média de vida para a espécie A em função do tempo

Para a *Espécie B*

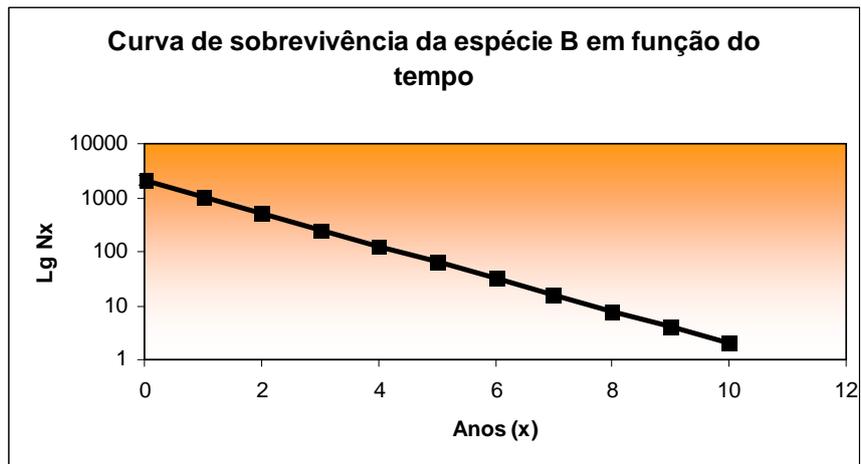


Gráfico 4 – Curva de sobrevivência para a espécie B e função do tempo

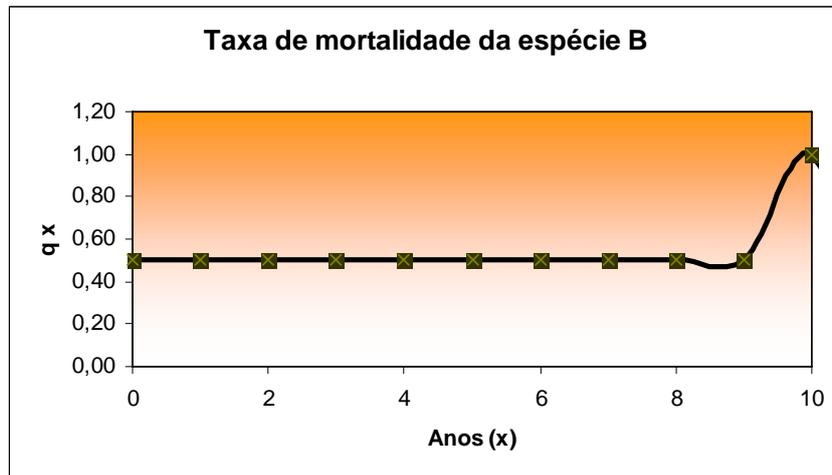


Gráfico 5 – Gráfico relativo à taxa de mortalidade para a espécie B em função do tempo

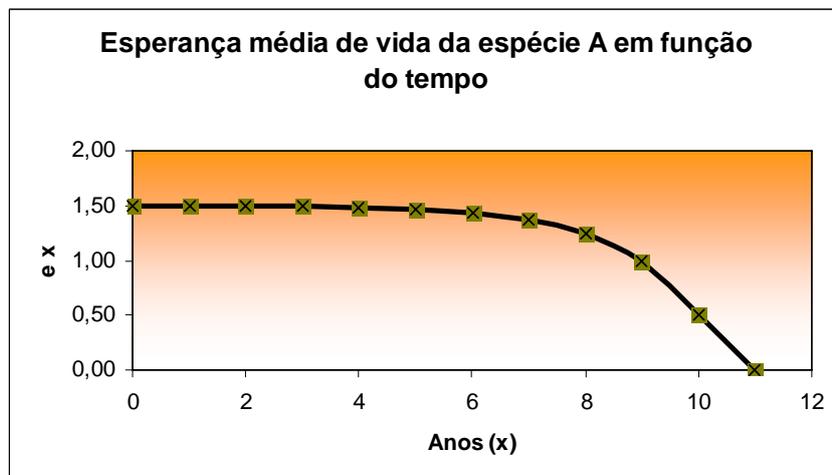
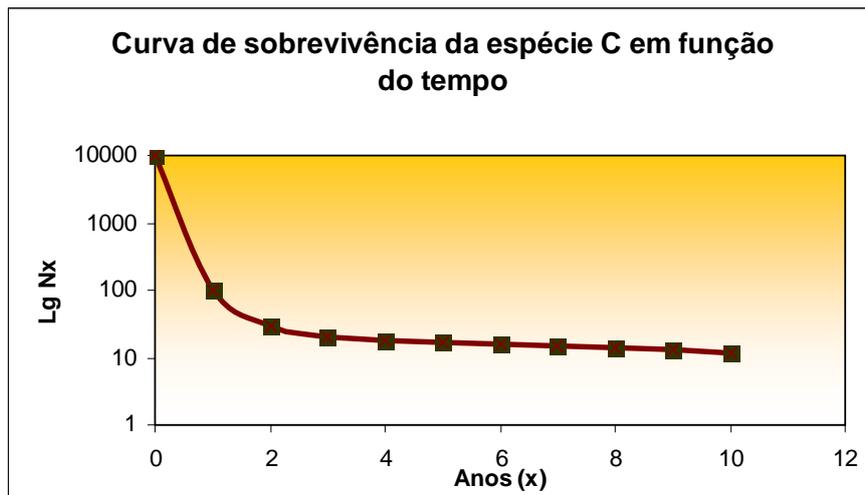
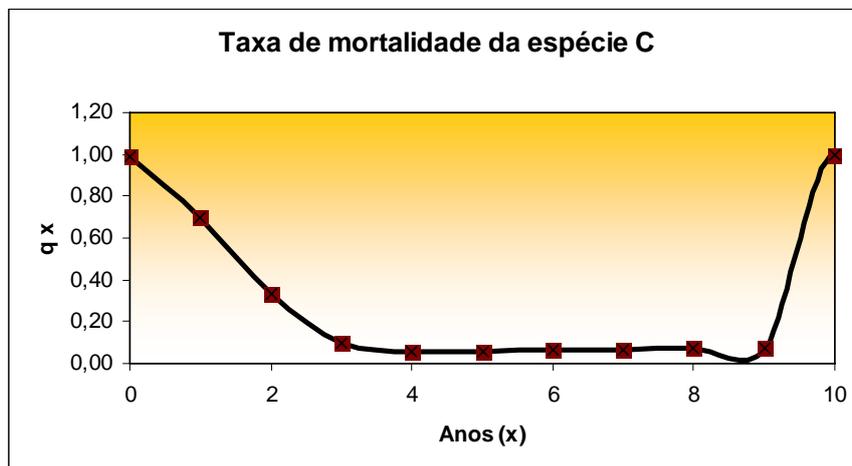


Gráfico 6 – Gráfico relativo à esperança média de vida para a espécie B em função do tempo

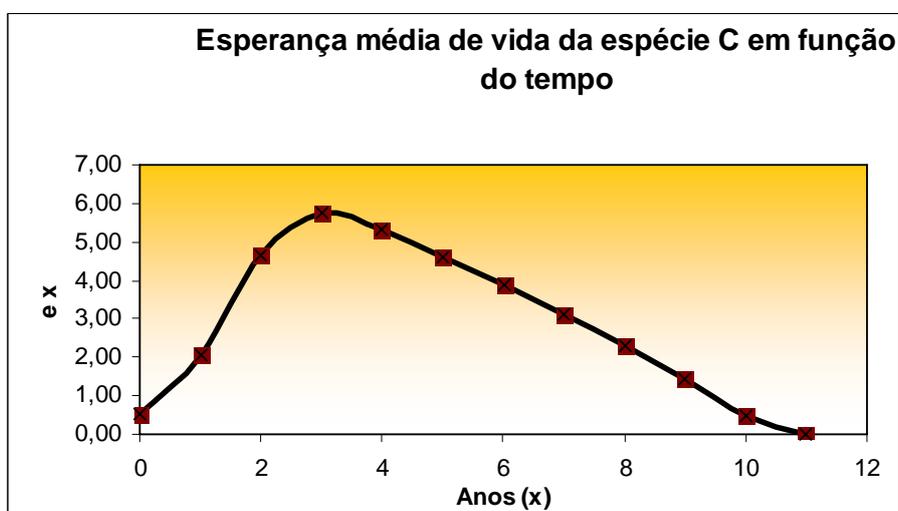
## Para a *Espécie C*



**Gráfico 7** – Curva de sobrevivência para a espécie C e função do tempo



**Gráfico 8** – Gráfico relativo à taxa de mortalidade para a espécie C em função do tempo



**Gráfico 9** – Gráfico relativo à esperança média de vida para a espécie C em função do tempo

## Estudo da População Humana – Modelo Exponencial

→ Entre o ano 500 e 1900

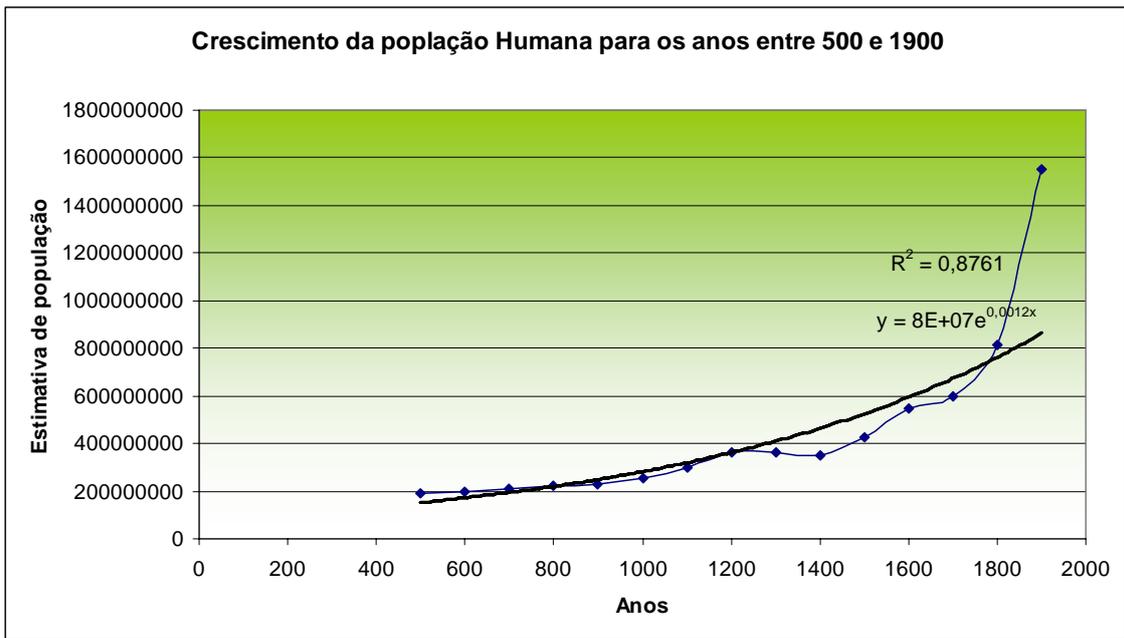
Year	Estimated population
500	190000000
600	200000000
700	207000000
800	220000000
900	226000000
1000	254000000
1100	301000000
1200	360000000
1300	360000000
1400	350000000
1500	425000000
1600	545000000
1700	600000000
1800	813000000
1900	1550000000

Tabela 5 – Resultado estimativo do número de indivíduos nos anos apresentados

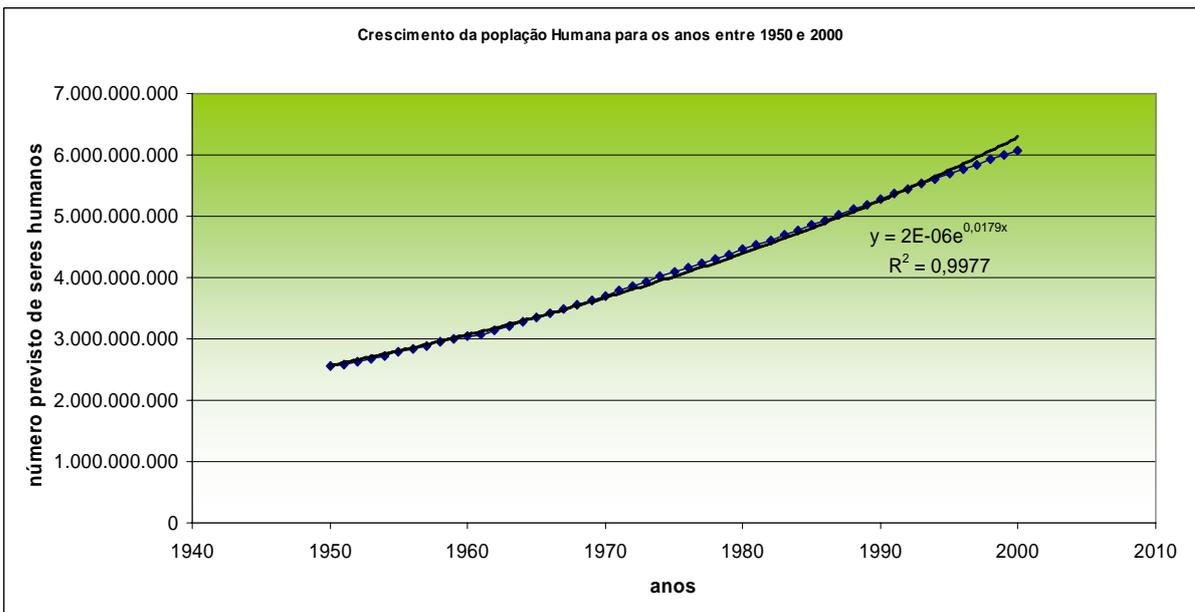
→ Entre o ano 1950 a 2000

Year	Estimated population						
1950	2555078074	1963	3205706699	1976	4160391803	1989	5196333209
1951	2592861684	1964	3276816764	1977	4232928595	1990	5283755345
1952	2634919408	1965	3345837853	1978	4305403287	1991	5366938089
1953	2680253696	1966	3416065246	1979	4380776827	1992	5449663819
1954	2728222066	1967	3485807350	1980	4456705217	1993	5531001812
1955	2779669781	1968	3557675690	1981	4532964932	1994	5610978348
1956	2832623670	1969	3632341351	1982	4613401886	1995	5690865776
1957	2888444047	1970	3707610112	1983	4693932150	1996	5768612284
1958	2944942787	1971	3785190759	1984	4773566805	1997	5846804802
1959	2997268998	1972	3862197286	1985	4854602890	1998	5924574901
1960	3039332401	1973	3938708588	1986	4937607708	1999	6002509427
1961	3080114361	1974	4014598416	1987	5023570176	2000	6080141683
1962	3136197751	1975	4088224047	1988	5110153261		

Tabela 6 – Resultado estimativo do número de indivíduos nos anos apresentados



**Gráfico 10** – Gráfico relativo á curva de crescimento da população Humana para os anos entre 500 e 1900



**Gráfico 11** – Gráfico relativo á curva de crescimento da população Humana para os anos entre 1950 e 2000

## Crescimento populacional – Modelo Logístico

→ Modelo Logístico para um estudo constante

Variáveis							Constantes		
$N_t$	$b$	Total Nasc.	$d$	Total Mortes	$\Delta N_t$	$(\Delta N_t)/N_t$	$b$	$d$	$r$
1,00	1,24	1,24	0,51	0,51	0,74	0,74	1,2500	0,50	0,75
1,74	1,23	2,14	0,51	0,88	1,26	0,72	$b'$	$d'$	$K$
2,99	1,22	3,65	0,51	1,54	2,11	0,71	-0,010	0,005	50,00
5,10	1,20	6,12	0,53	2,68	3,43	0,67			
8,54	1,16	9,94	0,54	4,63	5,31	0,62			
13,84	1,11	15,39	0,57	7,88	7,51	0,54			
21,35	1,04	22,13	0,61	12,96	9,18	0,43			
30,53	0,94	28,84	0,65	19,92	8,92	0,29			
39,44	0,86	33,75	0,70	27,50	6,25	0,16			
45,69	0,79	36,24	0,73	33,28	2,95	0,06			
48,64	0,76	37,14	0,74	36,15	0,99	0,02			
49,63	0,75	37,41	0,75	37,13	0,27	0,01			
49,91	0,75	37,48	0,75	37,41	0,07	0,00			
49,98	0,75	37,49	0,75	37,48	0,02	0,00			
49,99	0,75	37,50	0,75	37,49	0,00	0,00			
50,00	0,75	37,50	0,75	37,50	0,00	0,00			
50,00	0,75	37,50	0,75	37,50	0,00	0,00			
50,00	0,75	37,50	0,75	37,50	0,00	0,00			
50,00	0,75	37,50	0,75	37,50	0,00	0,00			
50,00	0,75	37,50	0,75	37,50	0,00	0,00			
50,00	0,75	37,50	0,75	37,50	0,00	0,00			

Tabela 7 – Tabela de Crescimento Logístico de uma população

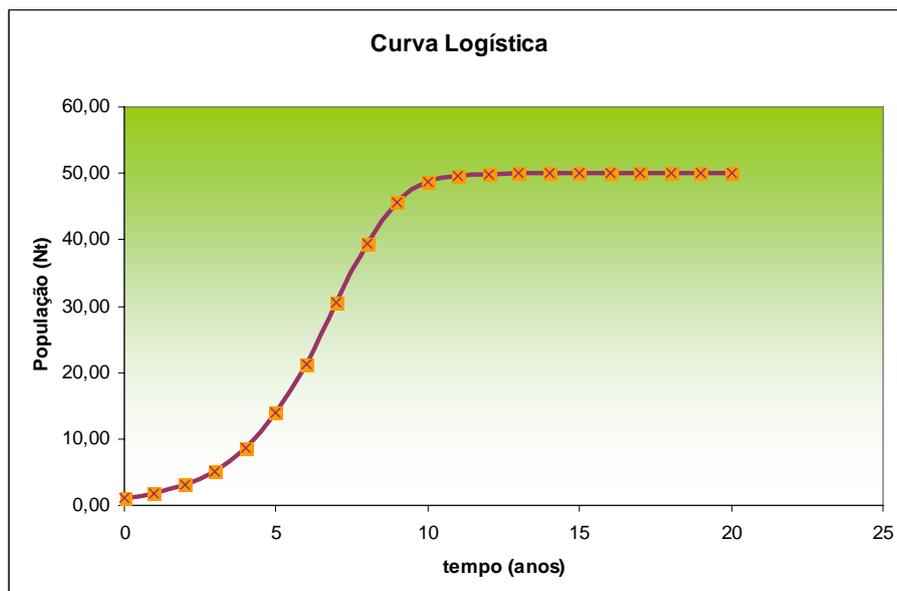
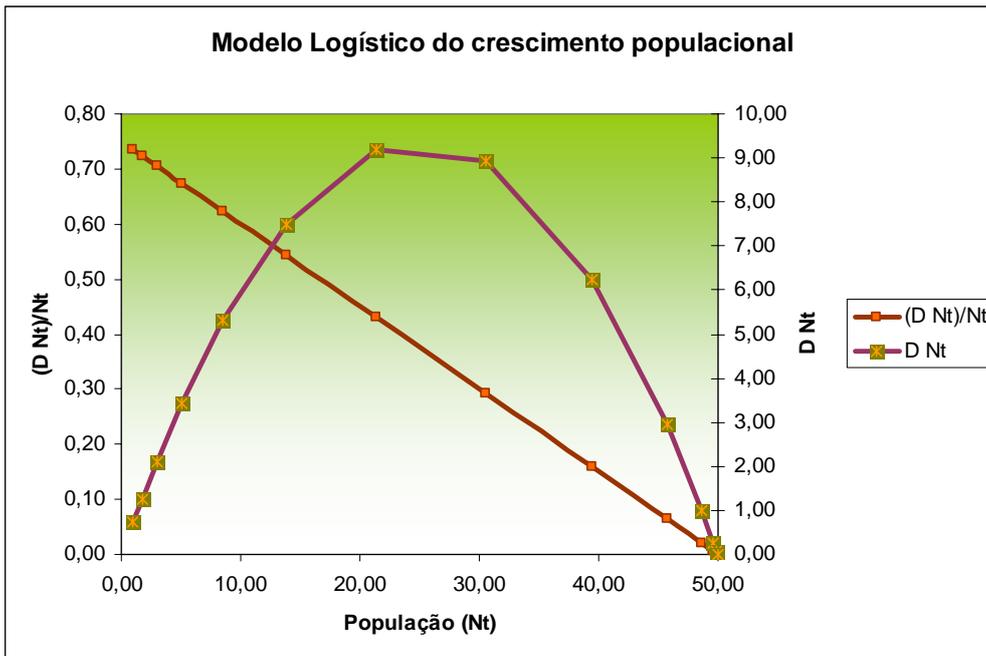
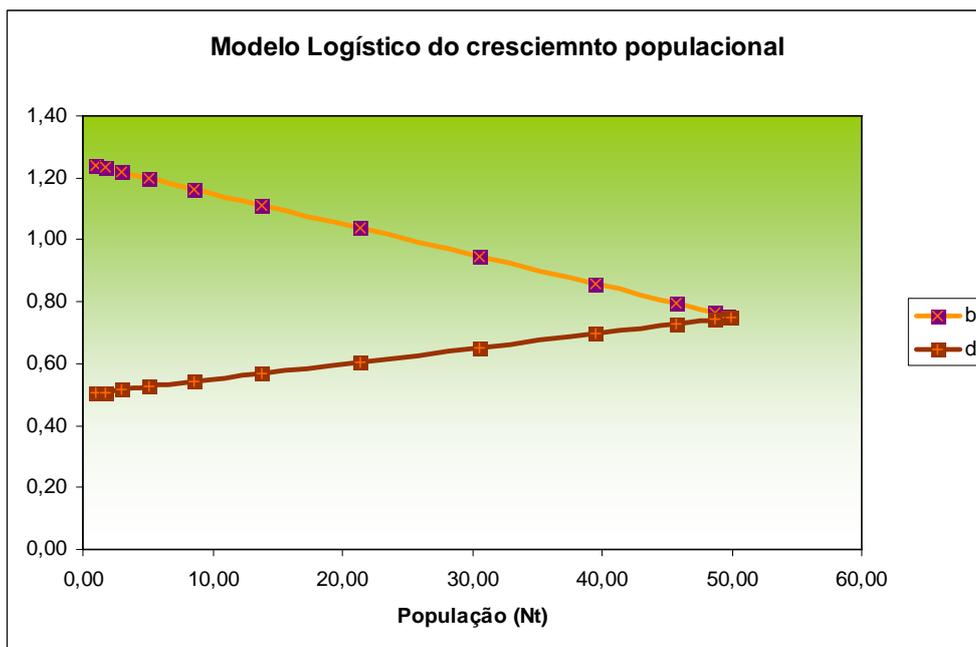


Gráfico 12 – Gráfico de uma curva Logística relativa ao crescimento populacional



**Gráfico 13** – Gráfico de uma curva Logística relativa ao crescimento populacional



**Gráfico 14** – Gráfico de uma curva Logística relativa ao crescimento populacional exprimindo a evolução de b e d na dependência de população

→ Modelo Logístico para uma versão de tempo discreto

Tempo (t)	Variáveis			Constantes	
	N <sub>t</sub>	Δ N <sub>t</sub>	(Δ N <sub>t</sub> )/N <sub>t</sub>	r	K
0	1,00	0,74	0,74	0,75	50,00
1	1,74	1,26	0,72		
2	2,99	2,11	0,71		
3	5,10	3,43	0,67		
4	8,54	5,31	0,62		
5	13,84	7,51	0,54		
6	21,35	9,18	0,43		
7	30,53	8,92	0,29		
8	39,44	6,25	0,16		
9	45,69	2,95	0,06		
10	48,64	0,99	0,02		
11	49,63	0,27	0,01		
12	49,91	0,07	0,00		
13	49,98	0,02	0,00		
14	49,99	0,00	0,00		
15	50,00	0,00	0,00		
16	50,00	0,00	0,00		
17	50,00	0,00	0,00		
18	50,00	0,00	0,00		
19	50,00	0,00	0,00		
20	50,00	0,00	0,00		

$$N_{t+1} = N_t + RN_t \left( \frac{K - N_t}{K} \right)$$

Tabela 8 – Tabela de Crescimento Logístico de uma população para tempo discreto

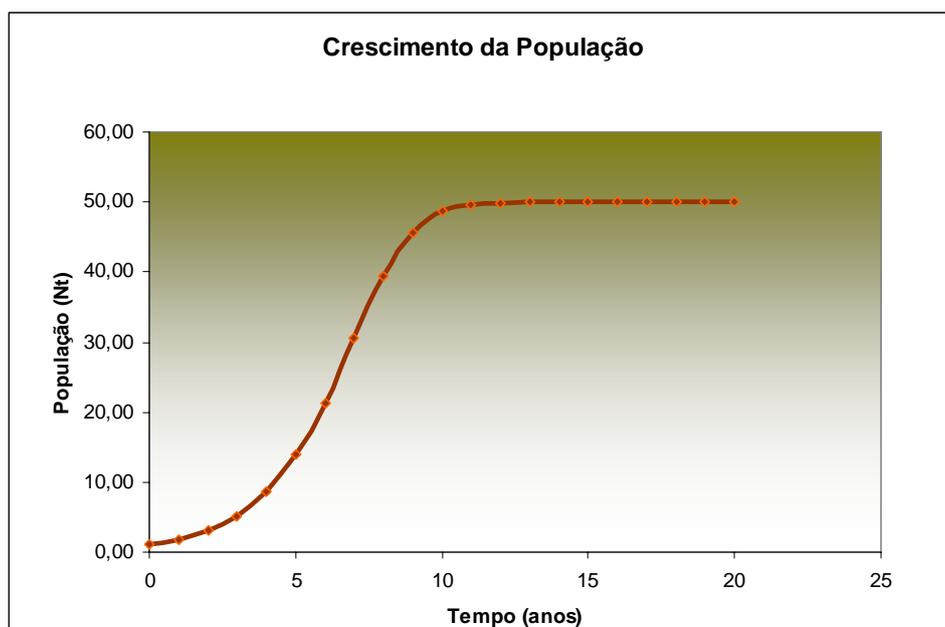


Gráfico 15 – Gráfico de uma curva Logística relativa ao crescimento populacional

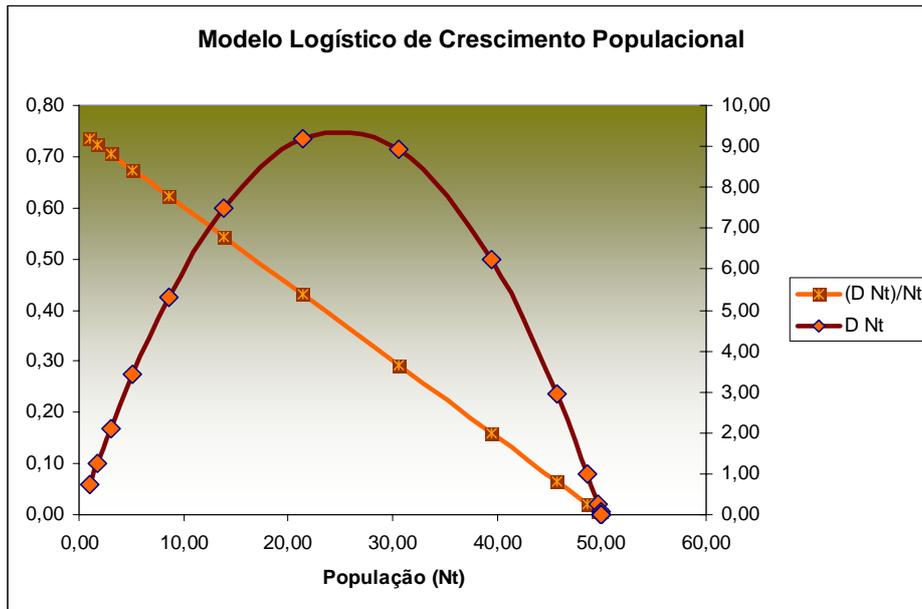


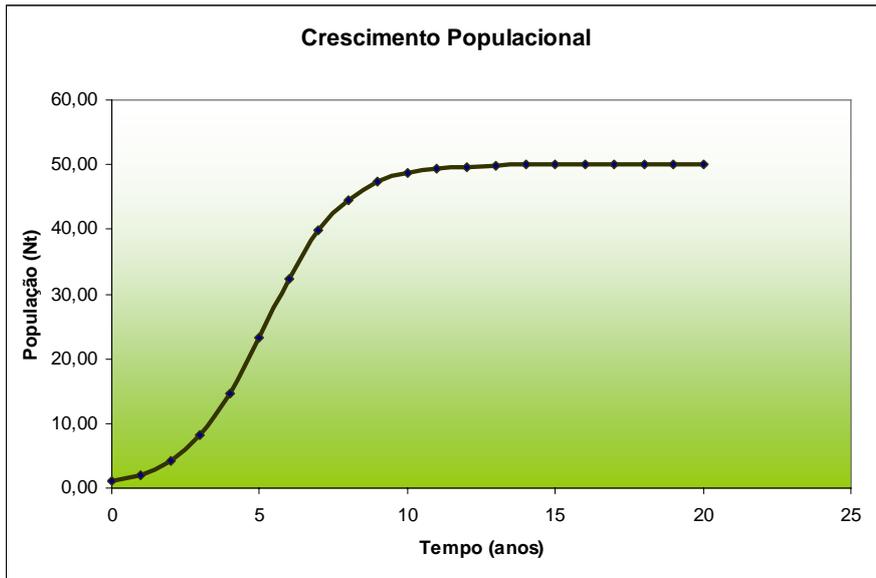
Gráfico 16 – Gráfico de uma curva Logística relativa ao crescimento populacional

→ Modelo Logístico para uma versão de tempo contínuo

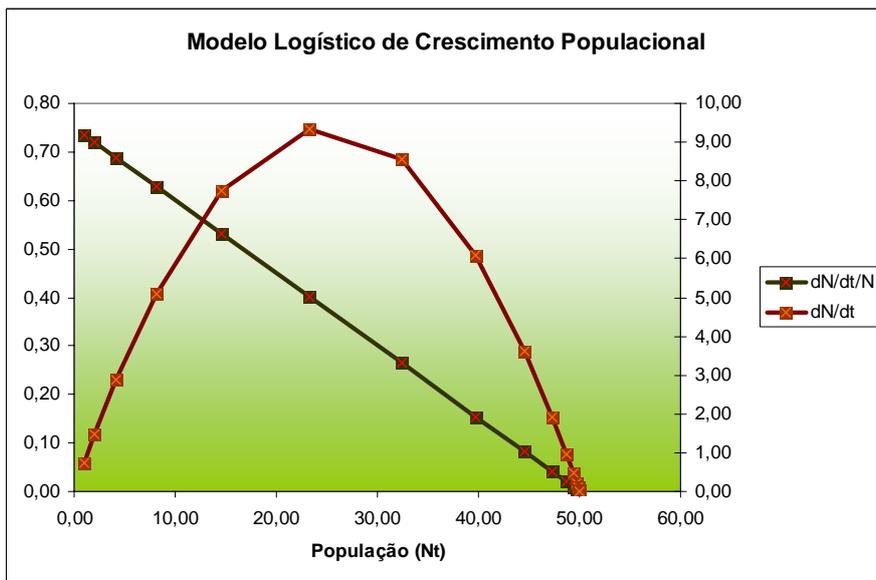
Tempo (t)	Variáveis			Constantes	
	Nt	dN/dt	dN/dt/N	r	K
0	1,00	0,74	0,74	0,75	50,00
1	2,07	1,49	0,72		
2	4,19	2,88	0,69		
3	8,11	5,10	0,63		
4	14,54	7,73	0,53		
5	23,23	9,33	0,40		
6	32,38	8,56	0,26		
7	39,77	6,10	0,15		
8	44,58	3,62	0,08		
9	47,29	1,92	0,04		
10	48,68	0,96	0,02		
11	49,37	0,47	0,01		
12	49,70	0,22	0,00		
13	49,86	0,11	0,00		
14	49,93	0,05	0,00		
15	49,97	0,02	0,00		
16	49,98	0,01	0,00		
17	49,99	0,01	0,00		
18	50,00	0,00	0,00		
19	50,00	0,00	0,00		
20	50,00	0,00	0,00		

$$N_t = \frac{K}{1 + [(K - N_0) / N_0] e^{-rt}}$$

Tabela 9 – Tabela de Crescimento Logístico de uma população para tempo contínuo



**Gráfico 17** – Gráfico de uma curva Logística relativa ao crescimento populacional



**Gráfico 18** – Gráfico de uma curva Logística relativa ao crescimento populacional

## DISCUSSÃO E CONCLUSÃO DOS RESULTADOS

Relativamente à análise da tabela de vida para a *espécie A*, podemos verificar facilmente, e como se comprova pela curva de sobrevivência, que com o decorrer dos anos, o número de espécies vivas tende a manter-se estável, apenas reflectindo um decréscimo bastante acentuados nos últimos anos. Estes resultados relatam que as espécies até atingirem a idade de, aproximadamente, 8 anos verificam quase a mesma tendência de sobrevivência, e só a partir desta idade a taxa diminui.

Esta análise seguramente reflecte uma população de mamíferos, onde se inclui a população humana, uma vez que se trata de um crescimento constante onde estão assegurados cuidados parentais, exprimindo assim uma mortalidade baixa no início de vida, como se comprova no gráfico 2. Esta curva de sobrevivência exprime então uma evolução do tipo I.

No tocante ao gráfico que expressa a esperança média de vida da população, podemos verificar que a tendência é de um crescimento negativo ao longo do tempo, de modo mais aguçado numa fase inicial, atenuando para a final, o que relata uma tendência para que as espécies nos primeiros anos de vida tenham maior longevidade, isto é, assegura-se a estas mais anos de vida, quando comparadas com outras classes de idades.

Examinando a tabela de vida relativa à *espécie B*, podemos notar que a tendência verificada para o número de sobreviventes, retracta uma curva do tipo II, isto é, exprime uma taxa constante decrescente ao longo do tempo. Esta taxa reflecte quase uma proporcionalidade da sobrevivência com o tempo.

Esta curva, certamente revela uma população de aves, que tendencialmente verificam este comportamento. A propensão de mortalidade é praticamente estável ao longo do tempo, isto é, reflecte um número constante de indivíduos que morre durante todas as fases do ciclo de vida, com especial atenção para o ultimo ano de vida, onde podemos verificar um aumento significativo da mortalidade.

Relativamente à esperança média de vida para o conjunto desta população, verifica-se uma tendência constante, contraposta unicamente pelo último ano de vida da geração. Estes valores exprimem que até sensivelmente os 8 anos de vida, o conjunto de indivíduos desta população apresenta a mesma longevidade, isto é, a esperança de vida é praticamente igual para qualquer classe de idade.

A população de indivíduos da *espécie C* facilmente se enquadra num padrão respeitante a uma curva de sobrevivência do tipo III. Podemos verificar que nos primeiros anos de vida existe uma elevada taxa de mortalidade, como se comprova igualmente da análise do gráfico 9, o que traduz uma baixa nos cuidados parentais. Este fenómeno tendencialmente reflecte populações que são favorecidas pela sua capacidade de reprodução rápida, contudo a este elevado número de descendentes, associa-se um elevado número de morte das crias. Esta curva enquadra-se num conjunto de indivíduos pertencentes a populações de insectos ou peixes.

Desta análise e contrapondo com os resultados relativos ao gráfico da esperança média de vida, podemos verificar que para o conjunto de classe de idade mais baixos, a projecção de longevidade é muito baixa, associada á alta mortalidade, contudo exprime uma evolução crescente até atingir os 3 anos de vida, sendo nesta idade que se projecta o pico máximo. A partir deste valor, acentua-se um decréscimo contínuo anulando-se nos últimos anos da classe.

Associado a estas tendências podemos aferir uma conformidade com tipos de selecções característicos de diferentes estratégias de sobrevivência destes conjuntos de populações. Assim para a população que descreve tendencialmente uma curva de sobrevivência do tipo III, como a *espécie C*, a estratégia selectiva será mais próxima da  $r$ . Sabemos assim que possivelmente esta espécie habita ambientes efémeros ou imprevisíveis, assumindo a população uma mortalidade significativa e independente da sua densidade e dimensão, verificando assim um carácter altamente variável.

Para as populações com curvas do tipo I e II, como o caso das *espécies A e B*, a selecção será transcrita segundo uma estratégia  $k$ , traduzindo assim uma elevada capacidade de persistência em meios de características constantes e/ou previsíveis. Tratam-se assim de comunidades complexas de forte investimento parental, assumindo conseqüentemente uma tendência para a estabilidade populacional.

Analisando a tabela referente ao crescimento da População Humana podemos verificar que a taxa de crescimento tem tido tendência a aumentar exponencialmente, implicando a necessidade de haver cada vez menos tempo para a duplicação da população, o que significa que a taxa intrínseca de crescimento populacional, definido pelo parâmetro  $r$ , exprime uma inclinação crescente na população.

Podemos apurar que para o primeiro conjunto de dados, e analisando a fórmula que o transcreve, o valor de  $r$  é de 0,0012. Para os dados de 1950 a 2000, o  $r$  assume o valor de 0,0179, isto é a diferença entra a taxa de natalidade e mortalidade para o conjunto da população Humana no decorrer dos anos, tem vindo a aumentar. Da análise, pode-se então afirmar que o parâmetro  $r$ , geneticamente determinado, reflecte um grau crescente no potencial de multiplicação populacional. Este crescimento contínuo pode ser justificado pelas altas taxas de fertilidade nos países mais pobres do Mundo, que contrapondo com a baixa de natalidade nos países ditos desenvolvidos, tem mantido este crescimento tendencial. Este crescimento exponencial pode-se tornar alarmante caso sejam postos em causa os recursos naturais do planeta, como se especula ultimamente. A esperança passa pela estabilização da taxa de crescimento intrínseca.

Do confronto entre os gráficos que exprimem o crescimento populacional, podemos aferir que foram os últimos 70 anos do séc. XX que viram o maior aumento na história da população humana.

No caso das populações humanas, os factores que influenciam as taxas de natalidade e mortalidade são muito mais complexas do que em outras espécies. Essa complexidade é devida ao maior controle que a cultura tem permitido aos humanos tanto sobre o nascimento quanto sobre a morte e sobre as restrições ambientais, das quais, em última análise, essas taxas dependem.

Analisando o **crescimento logístico** verificado para dois conjuntos diferentes de populações, constatamos que as variações surgem consoante se analisa a correlação com o tempo discreto ou a correlação com o tempo contínuo. Para cada uma destas variações, estão associadas fórmulas que exprimem estes crescimentos.

Podemos então observar as três variações logísticas estudadas, sendo que, para as três o conjunto de resultados altera consoante se trata de uma observação discreta ou contínua da variabilidade de crescimento populacional ao longo do tempo.

Usando a fórmula base da logística, como modo de exprimir a taxa de aumento da população, onde constam os valores implícitos de  $b$  (taxa instantânea de nascimento) e  $d$

(taxa instantânea de mortalidade), podemos aferir que a variação  $DN_t$  é parabólica ao aumento populacional e que a variação  $DN_t / N_t$  é decrescente em relação ao mesmo aumento. Isto exprime a real dependência do crescimento populacional da constante de sustentabilidade do meio, uma vez que é esta que pondera a limitação populacional.

Para os gráficos 15 e 16, a demonstração afere a utilização de um crescimento discreto, onde as variações implicam uma periodicidade logística. Neste exemplo, e como se utilizaram os mesmos valores para as variantes instantâneas  $r$  e  $k$ , e os mesmos valores populacionais ( $N_t$ ), o crescimento e a variação de  $DN_t$  e  $DN_t/N_t$  exprimem graficamente a mesma forma que no exemplo anterior, sendo esta variância igualmente dependente do aumento do número de indivíduos e das constantes dadas. A utilização da fórmula transcrita para o cálculo de  $N_t$  infere a dependência temporal associada a variações populacionais, exprimindo assim valores periódicos implicitamente dependentes da variação populacional precedente.

O exemplo ilustrado nos gráficos 17 e 18, exprimem o crescimento logístico para um tempo contínuo, o que impõe que haja uma taxa constante de crescimento populacional ao longo do tempo estudado.

Para este estudo utilizaram-se as mesmas constantes de  $r$  e  $k$ , contudo a contagem populacional exprimiou outros dados, o que certamente implica a alteração dos valores analisados, contudo, podemos verificar que a estrutura do gráfico permanece estável. Daqui, podemos então correlacionar a fórmula utilizada para a obtenção dos valores com o crescimento sigmóidal. Analisando a fórmula, verificamos a imposição exponencial, contudo esta está inteiramente dependente da constante de sustentabilidade do meio e da taxa instantânea de crescimento.

Assim, analisando o conjunto dos gráficos estudados, podemos constatar que existe uma dependência directa do parâmetro  $k$  para um crescimento típico sigmóidal. Jogando com uma aleatoriedade de dados, verificamos que a aproximação deste valor ao número de indivíduos da população, promove uma estimação nula de crescimento. Esta variação discrepante relata as características das populações reais que por vezes se afastam da tendência dita normal da curva de crescimento logístico.

## **BIBLIOGRAFIA**

- <http://www.vps.fmvz.usp.br/promat/logisticoIntro.htm> (ultimo acesso em 2-05-2006)
- <http://www.voanews.com/portuguese/archive/2005-08/2005-08-24-voa1.cfm> (Por Nelson Herbert, escrito em 24/08/2005)
- <http://www.unfpa.org/6billion/facts.htm> (ultimo acesso em 3-05-2006)
- [http://philip.inpa.gov.br/publ\\_livres/mss%20and%20in%20press/K%20livro%20port/Capit%203%20com%20figuras.pdf](http://philip.inpa.gov.br/publ_livres/mss%20and%20in%20press/K%20livro%20port/Capit%203%20com%20figuras.pdf) (ultimo acesso em 3-05-2006)
- <http://www.ecositebr.bio.br/populacao.htm> (ultimo acesso em 3-05-2006)
- Bernardo, João Manuel (1995). Ecologia das Populações e das Comunidades. Universidade Aberta
- Odum, Eugene P. (2001) Fundamentos de Ecologia, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 6ª edição.
- Rodrigues, António M.F. (2006) Apontamentos teóricos da disciplina de Ecologia II.