

Nome: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_

**I. (9.6 val.; aprox. 35 min.)** Responda no quadro abaixo, assinalando com *letra MAIÚSCULA* para cada pergunta a resposta respetiva. Note que uma resposta **certa corresponde a 1.2 valores**, uma **errada desconta 0.3 valores** e não responder significa 0 valores. A nota mínima neste grupo é 0 valores (ou seja, em caso de nota negativa, esta não desconta nas notas dos Grupo II e III).

1	2	3	4	5	6	7	8
C	E	C	A	D	B	E	C

1. Qual das afirmações abaixo está *incorreta*?

- (a) Uma aplicação de 1 000 euros em regime de juros simples à taxa de juro mensal de 0.5 por cento tem valor acumulado após 12 meses de 1060 euros
- (b) Para obter daqui a dois anos 1240 euros numa aplicação em regime de juros simples, à taxa de juro trimestral de 3 por cento, o depósito inicial (i.e., hoje) terá de ser no valor 1 000 euros
- (c) Considerando uma taxa de juro anual de 12 por cento, sabemos que a respetiva taxa de juro mensal *proporcional* é menor do que a respetiva taxa de juro *equivalente*
- (d) Assumindo que taxa de juro é positiva, o valor futuro de uma renda constante,  $P$ , é sempre maior do que o respetivo valor atual
- (e) O valor atual de uma perpetuidade (com prestações mensais), em regime de juros compostos, à taxa de juro mensal de 1 por cento, com início imediato, no valor de 500 euros e crescente a partir daí à taxa mensal de 0.2 por cento é dado por  $V_0 = (1 + 0.01) * 500 * \left(\frac{1}{0.01 - 0.002}\right)$

2. É verdade que

- (a) a aplicação de 10 000 euros, em regime de juros compostos, à taxa mensal de 2 por cento durante um ano dá um valor acumulado igual a 12 400
- (b) a taxa de juro mensal *equivalente* a uma taxa de juro trimestral de 3.0 por cento é dada por  $i_m = \frac{3.0}{3}$
- (c) o valor futuro de uma renda constante (iniciada no final do 1º período) de  $n$  termos é dado por  $V_n = \frac{1}{(1+i)^n} * P_1 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i}\right)$
- (d) o valor acumulado de uma série de dois depósitos semestrais, com valor de 1 000 euros cada, numa aplicação em regime de juros simples com taxa de juro anual de 2 por cento é dado por  $V_{1ano} = 1000 * \left(1 + \frac{0.02}{2}\right)^2 + 1000$
- (e) Nenhuma das alternativas está correta

3. Considere uma perpetuidade anual com prestações constantes de 20 000 euros cada e com início no final do 3º ano. A taxa de juro trimestral é de 1.25 por cento. Assim,

- (a) o valor desta perpetuidade no final do 10º ano resulta de  $V_{10} = 1.025^7 * (4 * 20000)$
- (b) o valor desta perpetuidade no final do 2º ano resulta de  $V_2 = \frac{1}{1.0125} * \left(\frac{20000}{4}\right) * \left(\frac{1}{0.0125}\right)$
- (c) o valor desta perpetuidade no final do 1º ano resulta de  $V_1 = \frac{1}{1.0125^4} * \frac{20000}{(1.0125^4 - 1)}$
- (d) o valor atual desta perpetuidade resulta de  $V_0 = (1.0125^4)^2 * \frac{20000}{(1.0125^4 - 1)}$
- (e) Nenhuma das alternativas está correta

4. Uma empresa fará 3 depósitos trimestrais no início de cada trimestre e com início imediato, no valor de 5 000 euros cada, numa conta com taxa de juro anual de 6 por cento. Assim, o total poupado,
- considerando regime de juros simples, tem valor atual  $V_0 = 5000 + \frac{5000}{1+\frac{0.06}{4}} + \frac{5000}{1+2*\frac{0.06}{4}}$
  - considerando regime de juros simples, tem valor acumulado (i.e., no final do 3º trimestre)  $V_3 = 5000 * (1 + 2 * \frac{0.06}{4}) + 5000 * (1 + \frac{0.06}{4}) + 5000$
  - considerando regime de juros compostos,  $V_0 = \frac{5000}{1+\frac{0.06}{4}} + \frac{5000}{(1+\frac{0.06}{4})^2} + \frac{5000}{(1+\frac{0.06}{4})^3}$
  - considerando regime de juros compostos,  $V_3 = 1.06^{\frac{1}{4}} * 5000 * \left( 1 + \left( \frac{1 - \left( \frac{1}{1.06^{\frac{1}{4}}} \right)^3}{1.06^{\frac{1}{4}} - 1} \right) \right)$
  - Todas as alternativas estão corretas
5. A empresa "ZXXZ" pode fazer uma venda a pronto pagamento ou, em alternativa, em 12 prestações mensais, cada uma das primeiras 6 primeiras no valor de 300 euros e *descrescendo* a partir da 6ª prestação à taxa mensal de 2.5 por cento. A taxa de juro trimestral é de 1.5 por cento. Assim, o valor do pagamento a pronto que significa o mesmo montante para a empresa, obtém-se calculando
- $V_0 = \frac{300*6}{1.015^{\frac{1}{3}}} + \frac{1}{1.015^2} * (1 - 0.025) * 300 * \left( \frac{1 - \left( \frac{1-0.025}{1.015^{\frac{1}{3}}} \right)^6}{1.015^{\frac{1}{3}} - 1 + 0.025} \right)$
  - $V_0 = 900 * \left( \frac{1 - \left( \frac{1}{1.015} \right)^2}{1.015 - 1} \right) + \frac{(1-0.025)^3}{1.015} * 900 * \left( \frac{1 - \left( \frac{(1-0.025)^3}{1.015} \right)^2}{0.015 - ((1-0.025)^3 - 1)} \right)$
  - $V_0 = 300 * \left( \frac{1 - \left( \frac{1}{1.015^{\frac{1}{3}}} \right)^6}{1.015^{\frac{1}{3}} - 1} \right) + \frac{1.015^2}{(1-0.025)} * 300 * \left( \frac{1 - \left( \frac{1-0.025}{1.015^{\frac{1}{3}}} \right)^6}{1.015^{\frac{1}{3}} - 1 + 0.025} \right)$
  - $V_0 = 300 * \left( \frac{1 - \left( \frac{1}{1.015^{\frac{1}{3}}} \right)^6}{1.015^{\frac{1}{3}} - 1} \right) + \frac{1}{1.015^2} * (1 - 0.025) * 300 * \left( \frac{1 - \left( \frac{1-0.025}{1.015^{\frac{1}{3}}} \right)^6}{1.015^{\frac{1}{3}} - 1 + 0.025} \right)$
  - Nenhuma das alternativas está correta
6. É verdade que
- é *aconselhado* avançar com um projeto de investimento cuja  $TIR > i$  embora o respetivo seja  $VAL < 0$
  - a  $TIR$  de um projeto de investimento é nula quando  $VAL = 0$  e  $i = 0$
  - se pode utilizar o critério  $TRC$  mesmo quando não sabemos o investimento inicial,  $I_0$
  - um projeto de investimento é tanto melhor quanto maior for o  $TRC$
  - Nenhuma das alternativas está correta
7. Para escolher de entre dois ou mais projetos de investimento,
- é *aconselhado* utilizar o critério  $VEA$  quando estes têm vida útil diferente (entre si)
  - é *aconselhado* utilizar o critério  $TRC$  quando estes têm vida útil diferente (entre si) e não se sabe a taxa de juro
  - é *aconselhado* utilizar o critério  $VAL$  quando estes têm vida útil igual (entre si)
  - pode-se excluir à partida aqueles que, tendo a mesma vida útil, têm  $TIR < i$
  - Todas as alternativas estão corretas
8. Seja um projeto com vida útil de 5 anos, investimento inicial de 20 000 euros, valor residual nulo e lucro anual 4 000 euros (no final de cada ano),

- (a) tem  $VAL > 0$  se a taxa de juro anual for de zero por cento
- (b) tem  $VAL = 0$  se a taxa de juro anual for de 1 por cento
- (c) tem  $TRC$  de 5 anos, seja qual for a taxa de juro anual
- (d) tem  $TIR$  igual a 20 por cento
- (e) Nenhuma das alternativas está correta

- II. (3.9 val.; aprox. 25 min.) Seja uma empresa que escolhe entre duas opções de cobrança a um cliente. A primeira consiste em 6 prestações trimestrais, com início no final do primeiro mês e sempre efectuados no final do primeiro mês de cada trimestre, sendo cada um dos quatro primeiros no valor de 3 000 euros enquanto os dois remanescentes serão de 6 000 euros cada. A segunda opção consiste em prestações mensais constantes, cada um no valor de 1 006 euros, com início imediato e sempre efectuados no início de cada mês. A taxa de juro trimestral relevante para empresa é de 1.5 por cento. Quantas prestações mensais deverá ter a segunda opção de modo a garantir o mesmo montante que a primeira em termos de valor atual? (**Nota:** *explícite o melhor possível a formulação e resolução necessárias, mas NÃO tem de EFECTUAR CÁLCULOS*)

$$\text{Resolução: } \left(1.015^{\frac{1}{3}}\right)^2 * \left(3000 * \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1.015}\right)^4}{0.015}\right) + \frac{1}{1.015^4} * 6000 * \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1.015}\right)^2}{0.015}\right)\right) = 1006 * \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1.015^{\frac{1}{3}}}\right)^n}{1.015^{\frac{1}{3}} - 1}\right) \Leftrightarrow$$

$$n = \frac{\ln\left(1 - \left(\frac{22846 - 1006}{1006}\right) * \left(1.015^{\frac{1}{3}} - 1\right)\right)}{\ln\left(\frac{1}{1.015^{\frac{1}{3}}}\right)} \simeq 23, \text{ pelo que serão necessárias 24 prestações mensais.}$$

III. (6.5 val.; aprox. 35 min.) A empresa organizadora de viagens "i-Vai" está a pensar expandir o negócio para novos mercados. Para tal encomendou estudos de mercado a uma empresa consultora, cujos custos irreversíveis ascendem a 60 000 euros. O novo mercado escolhido requer um investimento inicial em espaços no valor de 125 000 euros e investimento adicional em Marketing de 70 000 euros no final do primeiro ano. A vida útil para este projeto será de 10 anos e o valor residual é de 10 000 euros. Os custos mensais da empresa passam de 80 000 euros para 85 500 euros. As receitas semestrais da empresa neste novo projeto começam com o valor de 44 000 euros e crescem a partir deste à taxa semestral de 0.75 por cento até ao final quinto ano e daí em diante crescem à taxa semestral de 1.25 por cento. Por outro lado, as receitas semestrais da empresa obtidas nos mercados atuais irão sofrer redução de 200 euros em cada semestre. A taxa de juro mensal (i.e., o custo do capital) é de 0.5 por cento durante a vida útil do projeto.

- (a) Mostre o cálculo do  $VAL$  deste projeto, **SEM ter de FAZER as CONTAS**, e indique como tomaria a decisão de avançar ou não com o projeto.

**Resolução:**  $VAL = -125000 - \frac{70000}{1.005^{12}} + \frac{10000}{1.005^{(12*10)}} - 5500 * \left( \frac{1 - \left(\frac{1}{1.005}\right)^{12*10}}{0.005} \right) - 200 * \left( \frac{1 - \left(\frac{1}{1.005^6}\right)^{2*10}}{1.005^6 - 1} \right) + 44000 * \left( \frac{1 - \left(\frac{1.0075}{1.005^6}\right)^{2*5}}{(1.005^6 - 1) - 0.0075} \right) + \frac{44000 * 1.0075^{(2*5-1)} * 1.0125}{1.005^{12*5}} * \left( \frac{1 - \left(\frac{1.0125}{1.005^6}\right)^{2*5}}{(1.005^6 - 1) - 0.0125} \right) \simeq 20261$ ; como  $VAL > 0$ , deve-se avançar com o projeto.

- (b) Em alternativa, a empresa considera manter o mercado e a linha de produtos. Este projeto tem a vida útil de 5 anos. O investimento inicial é de 20 000 euros, os lucros anuais gerados são de 4 800 euros e o valor residual é nulo.

- i. Explícite o mais possível, **SEM ter de EFECTUAR os CÁLCULOS**, como decidiria entre os dois projetos em causa com recurso ao  $VEA$ .

**Resolução:** primeiro há que verificar se ambos os projetos têm  $VAL > 0$ , sendo o que projeto em (a), pelo que calcule-se aqui para o projeto alternativo,  $VAL = -20000 + 4800 * \left( \frac{1 - \left(\frac{1}{1.005^{12}}\right)^5}{1.005^{12} - 1} \right) \simeq 127.4$ , respetivo  $127.4 = P * \left( \frac{1 - \left(\frac{1}{1.005^{12}}\right)^5}{1.005^{12} - 1} \right)$  significando  $VEA \simeq 30.4$ ; para o projeto em (a)  $20261 = P * \left( \frac{1 - \left(\frac{1}{1.005^{12}}\right)^{10}}{1.005^{12} - 1} \right)$ , significando  $VEA = 2774.7$ ; assim, deve-se realizar o projeto da alínea (a).

- ii. Adicionalmente mostre como calcularia o Índice de Rendibilidade para cada projeto e como decidiria (com base neste critério) qual é o melhor projeto a realizar.

**Resolução:** Antes de mais, verifica-se que ambos os projetos têm  $VAL > 0$ ; Índice de Rendibilidade do projeto em (a) =  $\frac{20261}{125000 + \frac{70000}{1.005^{12}}} \simeq 0.11$ ; Índice de Rendibilidade do projeto em (b) =  $\frac{127.4}{20000} \simeq 0.006$ ; como o projeto em (a) tem maior Índice de Rendibilidade deve ser este o escolhido.

---

Atualização

$$V_0 = \frac{V_n}{(1+i)^n}$$

Capitalização

$$V_n = V_0 * (1 + i)^n$$

Atualização de rendas

$$V_{t-1} = P_t \left( \frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i}\right)^n}{i-g} \right)$$