

NOME _____

nº _____

GRUPO I – (12 valores, 40 minutos)

Instruções: Em cada questão, uma resposta acertada vale 1 valores e uma resposta errada **desconta** ¼ desta pontuação. Assinale a resposta correta no espaço indicado em cada pergunta.

1. A taxa de juro anual que, em regime de juros compostos, triplica um capital num prazo de oito anos é de

- A. 12,54%
- B. 14,72%
- C. 16,43%
- D. 25,00%
- E. 37,5%

$$X(1+i)^8 = 3X$$

$$i = \sqrt[8]{3} - 1 = 0,1472$$

B

2. A taxa de juro anual que, em regime de juros simples, triplica um capital num prazo de oito anos é de

- A. 12,54%
- B. 14,72%
- C. 16,43%
- D. 25,00%
- E. 37,5%

$$X(1+8i) = 3X$$

$$i = \frac{3-1}{8} = 0,25$$

D

3. O custo anual de funcionamento de uma máquina é de 5000 euros e espera-se que venha a aumentar 6% por ano. Qual o valor atual dos custos de funcionamento dessa máquina, sabendo que a sua vida útil será de 7 anos e que a taxa de juro é de 5%?

- A. 28.931,87
- B. 34300,98
- C. 38771,47
- D. 45966,59
- E. 79500,00

$$\frac{5000}{0,05-0,06} \left[1 - \left(\frac{1,06}{1,05} \right)^7 \right] = 34300,98$$

B

4. Um fundo de poupança constituído no passado contém hoje 8.500 euros. Se quiser levantar uma quantia fixa X todos os anos durante os próximos 12 anos. Assumindo que a taxa de juro anual é de 7%, quanto poderá ser o valor dessa quantia X?

- A. 708,33
- B. 1.035,66
- C. 1.070,17
- D. 1.303,33
- E. 1.595,30

$$8500 = \frac{X}{0,07} \left[1 - \frac{1}{1,07^{12}} \right] \Rightarrow X = 1070,17$$

C

5. A Maria sabe que vai precisar de ter 10.000 euros disponíveis de hoje a 4 anos. Quanto tem ela de depositar hoje, sabendo que a taxa de juro que irá receber é de 2% ao trimestre e que o regime é de juros compostos com capitalização trimestral?

- A. 7.284,5
- B. 7.350,3
- C. 7.564,7
- D. 7.884,9
- E. 7.938,3

$$X(1,02)^{16} = 10000 \Rightarrow X = 7284,46$$

A

6. A Ana também vai precisar de ter 10.000 euros disponíveis de hoje a 4 anos. No entanto, ela não tem forma de por dinheiro de lado neste momento, pelo que irá poupar uma quantia fixa todos os meses. Sabendo que a taxa de juro é de 2% ao trimestre, quanto terá Ana de depositar mensalmente para assegurar o montante necessário?

- A. 264,22
- B. 244,13
- C. 243,88
- D. 208,33
- E. 177,65

$$\frac{a}{12} \left[(1+i_m)^n - 1 \right] = 10000$$

$$a = \frac{10000}{\frac{1,02^{16} - 1}{12}} = 177,65$$

E

7. Sabendo que a taxa de juro anual é de 5%, uma renda de 100 euros recebida no final de cada mês durante dois anos, que valor tem hoje?

- A. $V_0 = 2.176,87$
- B. $V_0 = 2.231,29$
- C. $V_0 = 2.279,39$
- D. $V_0 = 2.281,98$
- E. $V_0 = 2.285,71$

$$\frac{100}{12} \left[1 - \frac{1}{(1+i_m)^{24}} \right] = \frac{100}{12} \left[1 - \frac{1}{1,05^{24}} \right] = 2281,98$$

D

8. Sabendo que a taxa de juro anual é de 5%, uma perpetuidade de 100 euros pagos no final de cada mês, que valor tem hoje?

- A. não é determinável.
- B. 20.000
- C. 24.000
- D. 22.857,2
- E. 24.545,16

$$\frac{100}{12 \cdot 1,05 - 1} = 24.545,16$$

E

9. Quanto vale hoje um título que pagará 500.000 euros dentro de 30 anos, sabendo que a taxa de juro relevante é de 8%?

- A. 200.000,00
- B. 147.058,80
- C. 119.252,80
- D. 79.654,33
- E. 49.688,67

$$\frac{500000}{1,08^{30}} = 49.698,67$$

E

10. Tem uma dívida a pagar de 10.000 euros no seu cartão de crédito. Se pagar 400 euros por mês, quantos meses levará a pagar a totalidade do valor em dívida se a taxa de juro relevante for de 24% ao ano?

- A. 31 meses certos
- B. 33 meses e dezassete dias
- C. 35 meses certos
- D. 35 meses e 4 dias
- E. 36 meses certos

$$10000 = \frac{400}{12} \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{1,24} \right)^m}{0,24} \right]$$

$$m = 33,57$$

B

11. José tem 25 anos e quer fazer uma viagem à volta do mundo daqui a seis anos. Compromete-se consigo próprio a, todos os meses, fazer um depósito numa conta-poupança para esse fim. O primeiro depósito, daqui a um mês, será no montante de 250 € e os depósitos aumentarão 0,2% ao mês. Quanto terá José daqui a seis anos para a viagem? Assuma $i_m = 6\%$

- A. 16.213,26
- B. 16.292,00
- C. 22.998,82
- D. 23.110,52
- E. 45.310,27

$$\frac{250}{12} \left[\frac{(1,06)^6 - (1,002)^{72}}{0,06 - 0,002} \right] = 22998,82$$

C

12. O critério do Valor Atual Líquido (VAL)

- A. Deve ser utilizado como uma alternativa ao critério da Taxa Interna de Rentabilidade (TIR) quando escolhermos entre projetos com diferente vida útil
- B. Pode ser utilizado na escolha entre projetos com igual vida útil
- C. É um critério de liquidez, i.e., receber o suficiente para compensar o investimento inicial o mais cedo possível, sem ter em conta a taxa de juro
- D. Consiste em escolher o projeto cujo VAL seja maior do que o Investimento inicial
- E. Duas das alternativas acima estão corretas

B

GRUPO II – (3 valores, 20 minutos)

.Pensando nos dias que virão e temendo que a Reforma da Segurança Social não permita a sustentabilidade do sistema como anunciado pela classe política, você vai começar a poupar para a sua aposentação. Decidiu que daqui a um ano passará a depositar 10% do seu salário anual numa conta que oferece 4% de juro ao ano. O seu salário anual é de 30.000 euros e este crescerá a uma taxa estável de 3% ao ano ao longo da sua carreira. Responda às perguntas seguintes, mostrando os seus cálculos.

- (a) Quanto dinheiro terá disponível nesta conta, no primeiro dia da sua reforma (daqui a 30 anos)?
- (b) Qual o seu salário anual à data da sua reforma?
- (c) Se depois de reformado quiser levantar metade do valor encontrado em (b) todos os anos (assumindo uma redução do seu nível de vida para metade), durante quantos anos poderá ter esse montante assegurado pelas suas poupanças, admitindo que a taxa de juro anual se manterá, então, nos 4% ao ano?

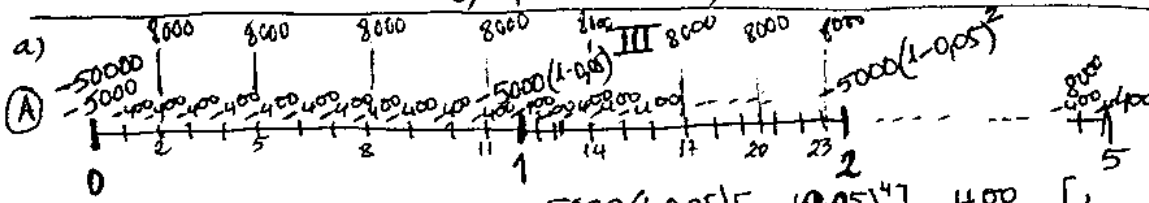
$$30.000 \quad 30.000(1,03) \quad 30.000(1,03)^2 \quad 30.000(1,03)^3 \quad \dots \quad 30.000(1,03)^{29} \quad 30.000(1,03)^{30}$$

As prestações começam em 1 e correspondem a 10% do ordenado

$$a) \quad V_n = \frac{P_1}{i-g} \left[(1+i)^n - (1+g)^n \right] = \frac{3.000(1,03)}{0,04-0,03} \left[1,04^{30} - 1,03^{30} \right] = 252.185,73$$

b) Se considerei que em $t=1$ o salário era $3.000(1,03)$, em $t=30$ seria $30.000(1,03)^{30}$
 Se erradamente considerei que em $t=1$ era 3.000, então em $t=30$ seria $30.000(1,03)^{29}$

$$c) \quad 252.185,73 = \frac{3.000(1,03)^{30}/2}{0,04} \left[1 - \frac{1}{1,04^n} \right] \Rightarrow n = 8 \text{ anos e } 1/4 \text{ (8 meses)}$$



$$VAL \text{ A} = -50.000 - 5.000 - \frac{5.000(1-0,05)}{0,04+0,05} \left[1 - \left(\frac{0,95}{1,04} \right)^4 \right] - \frac{400}{\sqrt[12]{1,04}-1} \left[1 - \frac{1}{\left(\sqrt[12]{1,04} \right)^{60}} \right] + \frac{8.000}{\sqrt[4]{1,04}-1} \left[1 - \frac{1}{\left(\sqrt[4]{1,04} \right)^{20}} \right] \left(\sqrt[12]{1,04} \right)^{20} = 52.970,9$$

$$VAL \text{ B} = -80.000 - 25.000 - \frac{400}{\sqrt[12]{1,04}-1} \left[1 - \frac{1}{\left(\sqrt[12]{1,04} \right)^{96}} \right] + \frac{8.000}{\sqrt[4]{1,04}-1} \left[1 - \frac{1}{\left(\sqrt[4]{1,04} \right)^{32}} \right] \sqrt[12]{1,04} = 80.881,81$$

b) Porque têm vidas diferentes não se pode simplesmente seleccionar aquele que tem um VAL mais alto. Tem que se calcular o valor anual equivalente.

$$52.970,9 = \frac{vea \text{ A}}{0,04} \left[1 - \frac{1}{1,04^5} \right] \Rightarrow vea \text{ A} = 11.898,7$$

$$80.881,81 = \frac{vea \text{ B}}{0,04} \left[1 - \frac{1}{1,04^8} \right] \Rightarrow vea \text{ B} = 12.013,2 \leftarrow \text{escolher este.}$$

GRUPO II – (5 valores, 30 minutos) RESPONDA NO VERSO

Uma empresa está a considerar a aquisição de um motor para a operação duma linha de montagem. O motor da marca A tem uma vida útil de 5 anos, custa 50.000 euros (a pagar de imediato) tem um custo de manutenção, pago no início de cada período, de 5000 euros no primeiro ano, decrescendo 5% anualmente. O seu uso irá fazer aumentar o consumo de energia em 400 euros por mês.

O Motor da Marca B tem uma vida útil de 8 anos, custa 80.000 euros (a pagar de imediato) e oferece um contrato de manutenção permanente com um custo único de 25.000 euros, a pagar de imediato. O consumo de energia irá aumentar igualmente 400 euros por mês.

Ambas máquinas resultam num aumento semelhante das vendas trimestrais que ocorrem no início do último mês de cada trimestre, no montante de 8000 euros. A taxa de juro é de 6%.

- (a) Calcule o VAL de cada projeto (mostre os passos dados para poder beneficiar de créditos parciais em caso de erro de contas)
- (b) Qual o motor que deverá ser adquirido? Justifique a sua resposta de forma quantificada.