

Programação Orientada pelos Objectos

Algoritmo de Euclides

Luís M. S. Russo

Departamento de Informática da
Faculdade de Ciências e Tecnologia da
Universidade Nova de Lisboa

- 1 Equações Diofantinas
 - O Problema dos 4 Litros
 - Aplicando o Algoritmo de Euclides

O Problema dos 4 Litros

80 min

Problem

Como medir 4 litros com recipientes de 5 e 3 litros ?

5 L		3 L
0		0
5		0
2	→	3
4		0

Observation

O recipiente de 5 litros esteve cheio duas vezes e o recipiente de 3 litros despejado duas vezes.

$$2 \times 5 + (-2) \times 3 = 4$$

O Problema dos 4 Litros

80 min

Problem

Como medir 4 litros com recipientes de 5 e 3 litros ?

5 L		3 L
0		0
5		0
2	→	3
2		0
0		3
0		0
4		0

Observation

O recipiente de 5 litros esteve cheio duas vezes e o recipiente de 3 litros despejado duas vezes.

$$2 \times 5 + (-2) \times 3 = 4$$

O Problema dos 4 Litros

80 min

Problem

Como medir 4 litros com recipientes de 5 e 3 litros ?

5 L		3 L
0		0
5		0
2	→	3
2		0
0	→	2
0		2
4		0

Observation

O recipiente de 5 litros esteve cheio duas vezes e o recipiente de 3 litros despejado duas vezes.

$$2 \times 5 + (-2) \times 3 = 4$$

O Problema dos 4 Litros

80 min

Problem

Como medir 4 litros com recipientes de 5 e 3 litros ?

5 L		3 L
0		0
5		0
2	→	3
2		0
0	→	2
5		2
2		3
4		0

Observation

O recipiente de 5 litros esteve cheio duas vezes e o recipiente de 3 litros despejado duas vezes.

$$2 \times 5 + (-2) \times 3 = 4$$

O Problema dos 4 Litros

80 min

Problem

Como medir 4 litros com recipientes de 5 e 3 litros ?

5 L		3 L
0		0
5		0
2	→	3
2		0
0	→	2
5		2
4	→	3
4		0

Observation

O recipiente de 5 litros esteve cheio duas vezes e o recipiente de 3 litros despejado duas vezes.

$$2 \times 5 + (-2) \times 3 = 4$$

O Problema dos 4 Litros

80 min

Problem

Como medir 4 litros com recipientes de 5 e 3 litros ?

5 L		3 L
0		0
5		0
2	→	3
2		0
0	→	2
5		2
4	→	3
4		0

Observation

O recipiente de 5 litros esteve cheio duas vezes e o recipiente de 3 litros despejado duas vezes.

$$2 \times 5 + (-2) \times 3 = 4$$

O Problema dos 4 Litros

80 min

Problem

Como medir 4 litros com recipientes de 5 e 3 litros ?

5 L		3 L
0		0
5		0
2	→	3
2		0
0	→	2
5		2
4	→	3
4		0

Observation

O recipiente de 5 litros esteve cheio duas vezes e o recipiente de 3 litros despejado duas vezes.

$$2 \times 5 + (-2) \times 3 = 4$$

O Problema dos 4 Litros

80 min

Problem

Como medir 4 litros com recipientes de 5 e 3 litros ?

5 L		3 L
0		0
5		0
2	→	3
2		0
0	→	2
5		2
4	→	3
4		0

Observation

O recipiente de 5 litros esteve cheio duas vezes e o recipiente de 3 litros despejado duas vezes.

$$2 \times 5 + (-2) \times 3 = 4$$

Equações Diofantinas

75 min

Problem

Como implementar um algoritmo para resolver este problema para recipientes e medidas diferentes ?

Parece um problema difícil por isso vamos simplificar.

Problem

Vamos resolver equações Diofantinas lineares com duas incógnitas:

$$a \times 5 + b \times 3 = 4$$

- Estamos à procura de soluções inteiras para esta equação.
- Em geral 5 e 3 são representados por m e n .

Equações Diofantinas

75 min

Problem

Como implementar um algoritmo para resolver este problema para recipientes e medidas diferentes ?

Parece um problema difícil por isso vamos simplificar.

Problem

Vamos resolver equações Diofantinas lineares com duas incógnitas:

$$a \times 5 + b \times 3 = 4$$

- Estamos à procura de soluções inteiras para esta equação.
- Em geral 5 e 3 são representados por m e n .

Equações Diofantinas

75 min

Problem

Como implementar um algoritmo para resolver este problema para recipientes e medidas diferentes ?

Parece um problema difícil por isso vamos simplificar.

Problem

Vamos resolver equações Diofantinas lineares com duas incógnitas:

$$a \times 5 + b \times 3 = 4$$

- Estamos à procura de soluções inteiras para esta equação.
- Em geral 5 e 3 são representados por m e n .

Equações Diofantinas

75 min

Problem

Como implementar um algoritmo para resolver este problema para recipientes e medidas diferentes ?

Parece um problema difícil por isso vamos simplificar.

Problem

Vamos resolver equações Diofantinas lineares com duas incógnitas:

$$a \times 5 + b \times 3 = 4$$

- Estamos à procura de soluções inteiras para esta equação.
- Em geral 5 e 3 são representados por m e n .

Equações Diofantinas

70 min

Problem

Vamos resolver equações Diofantinas lineares com duas incógnitas:

$$a \times m + b \times n = c$$

Ainda parece um problema difícil, por isso vamos fazer algumas observações simples.

- O que acontece quando $m = n$?
- Pomos $n = 0$ e a equação reduz-se a $a \times m = c$ que só tem soluções quando a é um divisor de c . Por exemplo $3 \times 5 = 15$.
- Porque a equação $a \times 10 + b \times 6 = 3$ não tem solução?
- Tem alguma a ver com o facto de que $MDC(10, 6) = 2$ e 2 não é divisor de 3 ?

Equações Diofantinas

70 min

Problem

Vamos resolver equações Diofantinas lineares com duas incógnitas:

$$a \times m + b \times n = c$$

Ainda parece um problema difícil, por isso vamos fazer algumas observações simples.

- O que acontece quando $m = n$?
- Pomos $n = 0$ e a equação reduz-se a $a \times m = c$ que só tem soluções quando a é um divisor de c . Por exemplo $3 \times 5 = 15$.
- Porque a equação $a \times 10 + b \times 6 = 3$ não tem solução?
- Tem alguma a ver com o facto de que $MDC(10, 6) = 2$ e 2 não é divisor de 3 ?

Equações Diofantinas

70 min

Problem

Vamos resolver equações Diofantinas lineares com duas incógnitas:

$$a \times m + b \times n = c$$

Ainda parece um problema difícil, por isso vamos fazer algumas observações simples.

- O que acontece quando $m = n$?
- Pomos $n = 0$ e a equação reduz-se a $a \times m = c$ que só tem soluções quando a é um divisor de c . Por exemplo $3 \times 5 = 15$.
- Porque a equação $a \times 10 + b \times 6 = 3$ não tem solução?
- Tem alguma a ver com o facto de que $MDC(10, 6) = 2$ e 2 não é divisor de 3 ?

Equações Diofantinas

70 min

Problem

Vamos resolver equações Diofantinas lineares com duas incógnitas:

$$a \times m + b \times n = c$$

Ainda parece um problema difícil, por isso vamos fazer algumas observações simples.

- O que acontece quando $m = n$?
- Pomos $n = 0$ e a equação reduz-se a $a \times m = c$ que só tem soluções quando a é um divisor de c . Por exemplo $3 \times 5 = 15$.
- Porque a equação $a \times 10 + b \times 6 = 3$ não tem solução?
- Tem alguma a ver com o facto de que $MDC(10, 6) = 2$ e 2 não é divisor de 3 ?

Equações Diofantinas

70 min

Problem

Vamos resolver equações Diofantinas lineares com duas incógnitas:

$$a \times m + b \times n = c$$

Ainda parece um problema difícil, por isso vamos fazer algumas observações simples.

- O que acontece quando $m = n$?
- Pomos $n = 0$ e a equação reduz-se a $a \times m = c$ que só tem soluções quando a é um divisor de c . Por exemplo $3 \times 5 = 15$.
- Porque a equação $a \times 10 + b \times 6 = 3$ não tem solução?
- Tem alguma a ver com o facto de que $MDC(10, 6) = 2$ e 2 não é divisor de 3 ?

Equações Diofantinas

70 min

Problem

Vamos resolver equações Diofantinas lineares com duas incógnitas:

$$a \times m + b \times n = c$$

Ainda parece um problema difícil, por isso vamos fazer algumas observações simples.

- O que acontece quando $m = n$?
- Pomos $n = 0$ e a equação reduz-se a $a \times m = c$ que só tem soluções quando a é um divisor de c . Por exemplo $3 \times 5 = 15$.
- Porque a equação $a \times 10 + b \times 6 = 3$ não tem solução?
- Tem alguma a ver com o facto de que $MDC(10, 6) = 2$ e 2 não é divisor de 3 ?

Aplicando o Algoritmo de Euclides

75 min

$$a \times 5 + b \times 3 = 4$$

$$a \times (1 \times 3 + 2) + b \times 3 = 4$$

$$(b + a) \times 3 + a \times 2 = 4$$

$$(b + a) \times (1 \times 2 + 1) + a \times 2 = 4$$

$$(b + 2a) \times 2 + (b + a) \times 1 = 4$$

$$(b + 2a) \times (2 \times 1 + 0) + (b + a) \times 1 = 4$$

$$(a \times 5 + b \times 3) \times 1 = 4$$

- Ups. Não serviu de nada ?
- Calma vamos experimentar de baixo para cima

Aplicando o Algoritmo de Euclides

75 min

$$?? \times 5 + ?? \times 3 = 4$$

$$?? \times (1 \times 3 + 2) + ?? \times 3 = 4$$

$$?? \times 3 + ?? \times 2 = 4$$

$$?? \times (1 \times 2 + 1) + ?? \times 2 = 4$$

$$2 \times 2 + 0 \times 1 = 4$$

- Ups. Não serviu de nada ?
- Calma vamos experimentar de baixo para cima

Aplicando o Algoritmo de Euclides

75 min

$$?? \times 5 + ?? \times 3 = 4$$

$$?? \times (1 \times 3 + 2) + ?? \times 3 = 4$$

$$?? \times 3 + ?? \times 2 = 4$$

$$0 \times (1 \times 2 + 1) + ?? \times 2 = 4$$

$$2 \times 2 + 0 \times 1 = 4$$

- Ups. Não serviu de nada ?
- Calma vamos experimentar de baixo para cima

Aplicando o Algoritmo de Euclides

75 min

$$?? \times 5 + ?? \times 3 = 4$$

$$?? \times (1 \times 3 + 2) + ?? \times 3 = 4$$

$$?? \times 3 + ?? \times 2 = 4$$

$$0 \times (1 \times 2 + 1) + 2 \times 2 = 4$$

$$2 \times 2 + 0 \times 1 = 4$$

- Ups. Não serviu de nada ?
- Calma vamos experimentar de baixo para cima

Aplicando o Algoritmo de Euclides

75 min

$$?? \times 5 + ?? \times 3 = 4$$

$$?? \times (1 \times 3 + 2) + ?? \times 3 = 4$$

$$0 \times 3 + 2 \times 2 = 4$$

$$0 \times (1 \times 2 + 1) + 2 \times 2 = 4$$

$$2 \times 2 + 0 \times 1 = 4$$

- Ups. Não serviu de nada ?
- Calma vamos experimentar de baixo para cima

Aplicando o Algoritmo de Euclides

75 min

$$?? \times 5 + ?? \times 3 = 4$$

$$2 \times (1 \times 3 + 2) + ?? \times 3 = 4$$

$$0 \times 3 + 2 \times 2 = 4$$

$$0 \times (1 \times 2 + 1) + 2 \times 2 = 4$$

$$2 \times 2 + 0 \times 1 = 4$$

- Ups. Não serviu de nada ?
- Calma vamos experimentar de baixo para cima

Aplicando o Algoritmo de Euclides

75 min

$$?? \times 5 + ?? \times 3 = 4$$

$$2 \times (1 \times 3 + 2) + (-2) \times 3 = 4$$

$$0 \times 3 + 2 \times 2 = 4$$

$$0 \times (1 \times 2 + 1) + 2 \times 2 = 4$$

$$2 \times 2 + 0 \times 1 = 4$$

- Ups. Não serviu de nada ?
- Calma vamos experimentar de baixo para cima

Aplicando o Algoritmo de Euclides

75 min

$$\begin{aligned}2 \times 5 + (-2) \times 3 &= 4 \\2 \times (1 \times 3 + 2) + (-2) \times 3 &= 4 \\0 \times 3 + 2 \times 2 &= 4 \\0 \times (1 \times 2 + 1) + 2 \times 2 &= 4 \\2 \times 2 + 0 \times 1 &= 4\end{aligned}$$

- Ups. Não serviu de nada ?
- Calma vamos experimentar de baixo para cima