2 Energia em movimentos

O movimento é certamente o fenómeno físico com o qual estamos mais habituados. Tudo se move, mesmo que não pareça, quer a nível microscópico, quer a nível das escalas astronómicas.

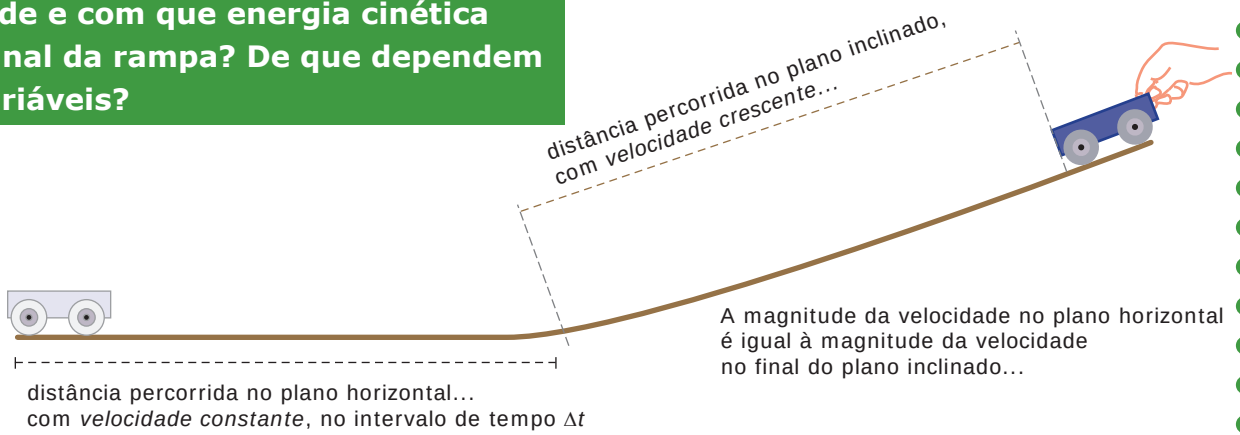
Podemos estudar o movimento segundo diferentes pontos de vista. Nas secções que se seguem, estuda-se o movimento, e o repouso, a partir do trabalho das forças e das transformações de energia. A energia, uma grandeza física, pode ser vista como uma espécie de unidade de contagem do "valor" das coisas. A energia dos objectos em movimento pode ser alterada por forças e, calculando o trabalho dessas forças, podemos conhecer as variações de energia.

Algumas forças fazem com que a energia disponível não se dissipe, não se "espalhe" pelo ambiente. Essas forças, as chamadas *forças conservativas*, estão associadas às variações de energia potencial.

Outras forças fazem com que a energia disponível se "espalhe" pelo ambiente e pelas partículas dos objectos. Essas *forças dissipativas* são frequentemente "inúteis", como por exemplo a resistência do ar ou as forças de atrito num carro, mas também podem ser muito importantes, como no caso de um pára-quedista, que dissipa energia potencial gravítica graças à força de resistência do ar.

AL 2.1 – Energia cinética ao longo de um plano inclinado

Um carro encontra-se parado no cimo de uma rampa. Acidentalmente, é destravado e começa a descer a rampa... Com que velocidade e com que energia cinética fica no final da rampa? De que dependem essas variáveis?



1 É fácil *prever* que quanto mais alto se deixar cair o carro, maior velocidade (e maior energia cinética) deve atingir no final do plano...

2 A**o longo do plano**, a **velocidade aumenta**, porque a resultante das forças *não é nula* (convém utilizar um carro que deslize muito bem).

3 No **final do plano**, se o carro se mover **horizontalmente**, podemos admitir que num percurso horizontal "pequeno", a sua **velocidade é constante** e **igual à que tinha no final do plano inclinado**...

4 Nesta experiência, investiga-se a relação entre a **energia cinética do carro no final do plano inclinado** e a **distância percorrida no plano inclinado**. Essa relação vai ser expressa graficamente: a distância percorrida na rampa é a **variável independente** e a energia cinética no final da rampa é a **variável dependente**.

5 A **distância percorrida** na rampa pode medir-se com uma fita métrica...

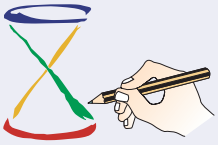
6 A **velocidade no final da rampa** mede-se determinando o intervalo de tempo que o carro demora a percorrer o percurso horizontal, bem como a distância correspondente a esse percurso... Para medir o intervalo de tempo pode-se utilizar o cronómetro de um telemóvel. Claro que convém repetir os ensaios para obter médias, para cada uma das distâncias percorridas no plano inclinado.

7 Muito importante: organizar um bom quadro de dados e cálculos.

8 Fazer um **relatório** breve que inclua: (1) a(s) questão(ões) investigada(s); (2) as ideias que enquadram o procedimento utilizado; (3) a descrição do procedimento e dos cuidados que se tiveram para evitar erros e diminuir a incerteza das medidas; (4) os resultados obtidos; (5) uma descrição breve que avalie a experiência e que inclua uma resposta adequada às questões que estiveram na origem da investigação.

Esta investigação também pode ser feita com um digitímetro, isto é, um sistema de medida de tempo baseado na interrupção de um feixe de luz por um objecto em movimento. Conhecendo o tempo que o feixe é interrompido, bem como o comprimento da placa negra que o interrompe, calcula-se a velocidade do objecto.

OK Necessito de rever esta página... Necessito de apoio para compreender esta página...



Os resultados dos quadros abaixo foram obtidos numa experiência semelhante à descrita na página anterior utilizando uma tábua flexível (um rodapé largo...) como plano inclinado e plano horizontal. O carro utilizado deslizava muito facilmente no plano.

1 Porque razão não se pode calcular a velocidade no final do plano inclinado dividindo a distância percorrida no plano inclinado pelo intervalo de tempo gasto na descida?

2 Para calcular a velocidade no final do plano, mede-se a distância e o tempo no percurso horizontal. Que é necessário assumir para este cálculo "fazer sentido"?

3 Confirme o valor obtido para a velocidade no final do plano quando o carro percorreu a distância de 0,50 m no plano inclinado.

4 Confirme o valor obtido para a energia cinética no final do plano quando o carro percorreu a distância de 0,50 m no plano inclinado.

5 Dos gráficos apresentados, um representa uma proporcionalidade directa. Qual dos gráficos corresponde a uma proporcionalidade directa? Entre que grandezas? Qual é o valor da constante de proporcionalidade?

6 Qual deve ser o valor da energia cinética no final do plano inclinado se a distância percorrida for nula? Esse resultado é coerente com o gráfico? Fundamente a resposta.

7 Escreva a equação que relaciona a energia cinética E_c no final do plano inclinado com a distância d percorrida no plano.

8 Utilize essa equação para determinar o valor de E_c se d for 1,50 m. Confirme o resultado utilizando o gráfico.

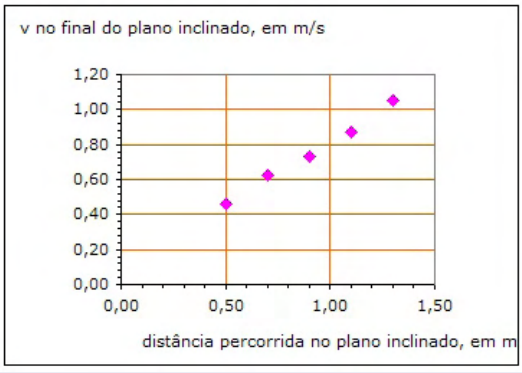
Actividade Laboratorial AL2.1 Energia cinética ao longo de um plano inclinado

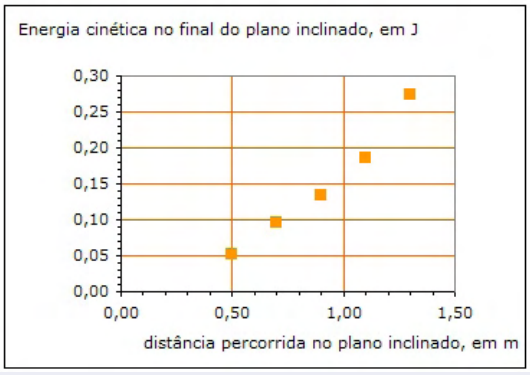
massa do carro=	0,493	kg
aceler. da grav.=	9,8	m/s^2
compr. plano incl. =	1,67	m

distância percorrida no plano inclinado	distância percorrida na horizontal	intervalo de tempo gasto no percurso horizontal (*)	velocidade no percurso horizontal	velocidade no final do plano inclinado
m	m	s	m/s	m/s
1,30	1,00	0,95	1,05	1,05
1,10	1,00	1,15	0,87	0,87
0,90	1,00	1,36	0,74	0,74
0,70	1,00	1,61	0,62	0,62
0,50	1,00	2,18	0,46	0,46

(*) valor médio de 5 medições

distância percorrida no plano inclinado	velocidade no final do plano inclinado	energia cinética no final do plano inclinado
m	m/s	J
1,30	1,05	0,27
1,10	0,87	0,19
0,90	0,74	0,13
0,70	0,62	0,10
0,50	0,46	0,05



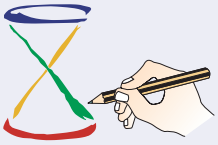


AL 2.2 – Bola saltitona

Deixa-se cair uma pequena bola no solo e a bola ressalta.
Será possível prever qual é a altura da bola após o ressalto?
Qual é o valor, em percentagem, da energia mecânica dissipada no ressalto?

1. Devem utilizar-se **bolas de diversos tipos**, de preferência com ***raio pequeno***. Exemplo: berlindes, bolas de ping-pong, bolas de golf, esferas metálicas, etc.
2. A **altura da bola**, antes e após o ressalto, pode ser medida com uma **fita métrica**, com uma régua grande, etc. *Pode ser conveniente utilizar uma folha de cartolina, colocada horizontalmente, para ajudar a determinar a altura após cada ressalto...*
3. Também se pode medir as alturas registando as posições numa tábua ou numa folha de papel grande (papel de cenário ou cartolina).
4. As características do ressalto *não dependem apenas da bola*. Dependem, também, da *superfície* em que a bola colide.
5. A incerteza na medida da altura *após o ressalto* é sempre relativamente grande, uma vez que a bola está em movimento. **Devem ser feitos vários ensaios para a mesma altura, calculando a média**.
6. A **massa** de cada uma das bolas deve ser medida com uma balança adequada (resolução de, no mínimo 0,1 g se se utilizarem bolas de ping-pong).
7. Os registos devem ser feitos num **quadro devidamente organizado**, bem como os resultados dos cálculos (ver, por exemplo, o quadro da questão da página seguinte).
8. Fazer um **relatório** breve que inclua: (1) a(s) questão(ões) investigada(s); (2) as ideias que enquadram o procedimento utilizado; (3) a descrição do procedimento e dos cuidados que se tiveram para evitar erros e diminuir a incerteza das medidas; (4) os resultados obtidos; (5) uma descrição breve que avalie a experiência e que inclua uma resposta adequada às questões que estiveram na origem da investigação.

OK Necessito de rever esta página... Necessito de apoio para compreender esta página...



Os dados seguintes forem obtidos com uma bola de ping pong de 2,35 g de massa. Para cada altura antes do ressalto, repetiu-se cinco vezes a determinação da altura após o ressalto.

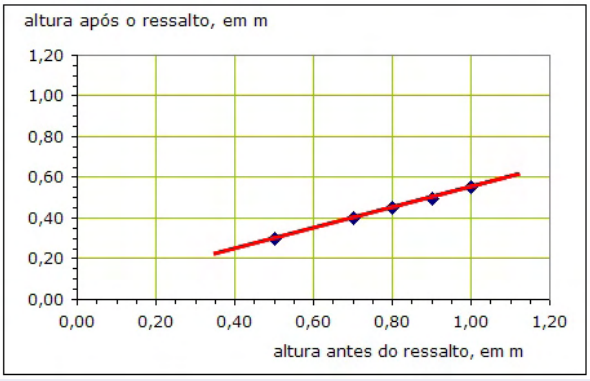
bola de ping pong, colisão com solo de madeira

massa= 2,35E-03 kg

acel. da gravidade= 9,8 m/s^2

altura, ha antes do ressalto	altura, hd após o ressalto (*)	hd/ha	valor médio hd/ha	valor absoluto da diferença para o valor médio	incerteza do valor médio hd/ha	incerteza do valor médio hd/ha, em %
m	m					
1,00	0,55	0,55	0,57	0,01	0,04	7
0,90	0,50	0,55		0,01		
0,80	0,45	0,56		0,00		
0,70	0,40	0,57		0,01		
0,50	0,30	0,60		0,04		

(*) valor médio após 5 ensaios



1 Em média, pode dizer-se que a altura atingida pela bola depois do ressalto era 57% da altura antes do ressalto. Porquê?

2 A função que relaciona a altura após o ressalto, h_d, com a altura antes do ressalto, h_a, pode ser dada pela seguinte equação: $h_d = 0{,}57\ h_a$. Obtenha esta equação, tendo em conta que estas duas alturas são directamente proporcionais.

3 Extrapolando o gráfico ou a equação para um valor de $h_a = 0{,}00$ m, que valor de h_d se obtém? Faz sentido esse resultado? Fundamente a resposta.

4 Utilize o gráfico para determinar qual é a altura após o ressalto se a altura antes do ressalto for 0,60 m.

5 Utilize a equação $h_d = 0{,}57\ h_a$ para determinar qual é a altura após o ressalto se a altura antes do ressalto for 0,60 m.

6 Utilize o gráfico e a equação para determinar qual é a altura após o ressalto se a altura antes do ressalto for 1,20 m.

7 O quadro abaixo completa a tabela da figura acima, incluindo o cálculo da energia potencial da bola cada vez que atinge a altura máxima e da velocidade imediatamente antes e após cada colisão. Confirme os valores obtidos para estas grandezas na primeira linha do quadro.

8 Numa colisão com um objecto fixo, pode-se definir uma grandeza designada por **coeficiente de restituição** que é, simplesmente, o **quociente da velocidade *depois* da colisão com a velocidade *antes* da colisão**. Confirme os resultados indicados na tabela abaixo para o coeficiente de restituição nesta colisão.

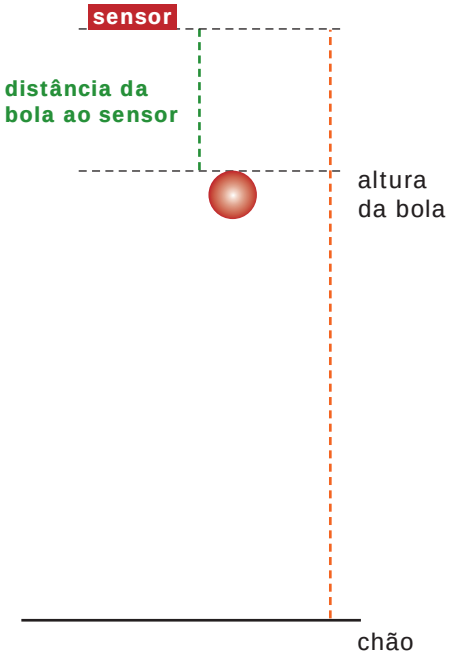
9 Em média, em cada colisão, 43% da energia mecânica é dissipada. Confirme este valor...

energia potencial antes do ressalto	energia potencial após o ressalto	velocidade antes da colisão	velocidade após a colisão	coeficiente de restituição		valor absoluto da diferença para o valor médio	incerteza do coeficiente de restituição
J	J	m/s	m/s				
2,30E-02	1,27E-02	4,43	3,28	0,74	0,75	0,01	0,02
2,07E-02	1,14E-02	4,20	3,11	0,74		0,01	
1,84E-02	1,04E-02	3,96	2,97	0,75		0,00	
1,61E-02	9,21E-03	3,70	2,80	0,76		0,01	
1,15E-02	6,91E-03	3,13	2,42	0,77		0,02	

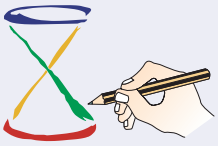
AL 2.2 – Bola saltitona (com sensor de movimento)

Deixa-se cair uma pequena bola no solo e a bola ressalta.
Será possível prever qual é a altura da bola após o ressalto?
Qual é o valor, em percentagem, da energia mecânica dissipada no ressalto?

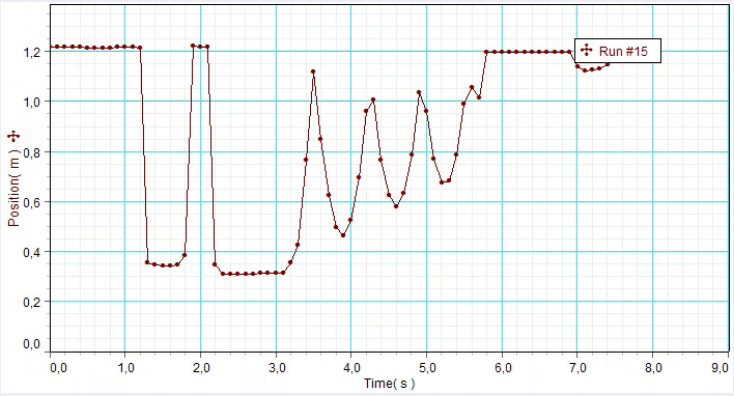
1. Devem utilizar-se **bolas de diversos tipos**, de preferência com **raio pequeno** (por exemplo, bolas de minibasquete).
2. É fundamental manter o sensor sempre à mesma altura, por cima da bola. Se necessário, pode ser fixado num suporte adequado.
3. Os ressaltos devem ser efectuados numa superfície muito plana, para a bola não fugir do campo de recepção do sinal do sensor.
4. As características do ressalto *não dependem apenas da bola*. Dependem, também, da superfície em que a bola colide.
5. Uma vez feitos os registos, a **altura antes e após cada ressalto** pode ser determinada utilizando o gráfico da distância do sensor à bola. A **distância do sensor à bola** permite determinar a altura da bola, antes e após cada ressalto.
6. A **massa** de cada uma das bolas deve ser medida com uma balança adequada (resolução de, no mínimo 1 g).
7. Os registos devem ser feitos num **quadro devidamente organizado**, bem como os resultados dos cálculos.
8. Fazer um **relatório** breve que inclua: (1) a(s) questão(ões) investigada(s); (2) as ideias que enquadram o procedimento utilizado; (3) a descrição do procedimento e dos cuidados que se tiveram para evitar erros e diminuir a incerteza das medidas; (4) os resultados obtidos; (5) uma descrição breve que avalie a experiência e que inclua uma resposta adequada às questões que estiveram na origem da investigação.



OK Necessito de rever esta página... Necessito de apoio para compreender esta página...



Os dados ao lado foram obtidos com uma pequena bola de borracha de 211,4 g de massa. O sensor de movimento foi colocado por cima da bola mas esta só foi colocada por baixo do sensor ao fim de algum tempo para se poder determinar a altura a que estava o sensor.
Ao fim de 3 ressaltos, a bola deixou, infelizmente, de ser detectada pelo sensor... (saiu do campo de recepção do sinal do sensor!).



1 Em que instante foi deixada cair a bola pela primeira vez? Fundamente a resposta.

2 O gráfico permite estimar a altura inicial da bola antes do 1.º ressalto:
1,20 m - 0,30 m = 0,90 m.
Fundamente este cálculo.

3 Confirme que os restantes valores da altura, antes e após o 2.º e o 3.º ressalto, estão correctos na tabela abaixo.

4 Escreva a equação que relaciona a altura após o ressalto com a altura antes do ressalto.

5 Utilize essa equação para estimar qual foi a altura após o 4.º ressalto (que já não foi possível registar com o sensor).

6 Confirme o resultado obtido na questão anterior utilizando o gráfico da figura abaixo.

7 Se a bola fosse deixada cair de 1,20 m, que altura atingiria após o ressalto?

8 Qual é a energia mecânica dissipada em cada colisão da bola com o solo? Explique a forma como obteve esse valor.

9 Numa colisão com um objecto fixo, pode-se definir uma grandeza designada por **coeficiente de restituição** que é, simplesmente, o **quociente da velocidade *depois* da colisão com a velocidade *antes* da colisão**. Qual é o coeficiente de restituição da colisão desta bola? (Se necessário, organize um quadro semelhante ao último quadro do par de páginas anterior).

bola de borracha, colisão com solo de madeira

massa= 2,11E-01 kg
acel. da gravidade= 9,8 m/s^2

altura, ha antes do ressalto	altura, hd após o ressalto	hd/ha	valor médio hd/ha	valor absoluto da diferença para o valor médio	incerteza do valor médio hd/ha	incerteza do valor médio hd/ha, em %
m	m					
0,90	0,74	0,82	0,83	0,01	0,01	1
0,74	0,62	0,84		0,01		
0,62	0,52	0,84		0,01		

AL 2.3 – O atrito e a variação de energia mecânica

Deixa-se escorregar um carro num plano inclinado...
Quanto vale a energia dissipada por atrito ao longo do plano inclinado? De que depende a energia dissipada?

1 Um carro desce um plano inclinado... logo *diminui a sua energia potencial e aumenta a energia cinética*. Se houver conservação de energia mecânica, a **energia cinética** no final do plano inclinado é igual à **energia potencial** no topo do plano, quando se inicia o movimento.

2 Se a energia cinética no final *não* for igual à energia potencial no topo do plano, podemos calcular facilmente a **energia dissipada**...

3 Nesta experiência, investiga-se **quando vale a energia dissipada ao longo do plano.** Para tal, há que medir a energia potencial no início e a energia cinética no final...

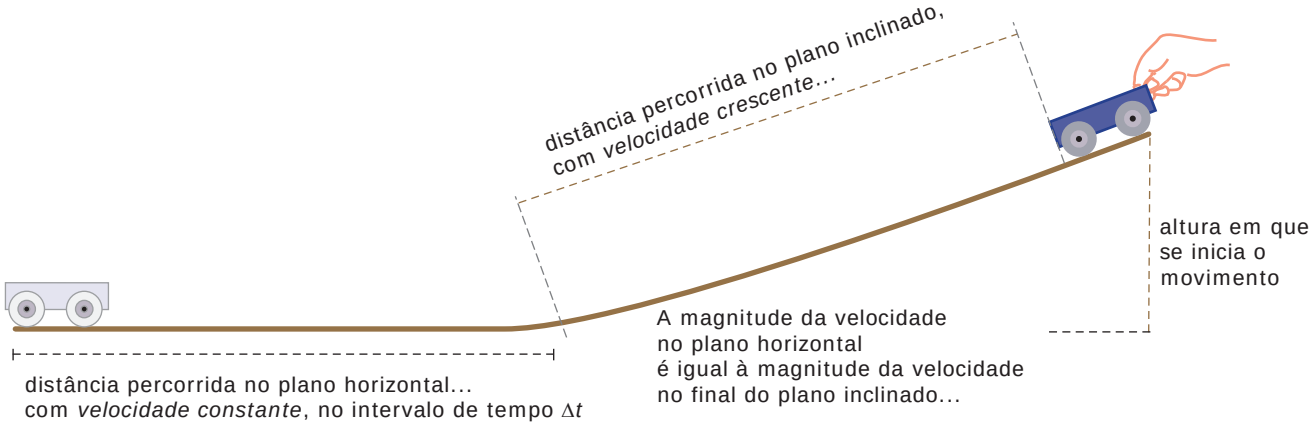
4 Medir a **energia potencial** é fácil: basta medir a altura do ponto de partida e a massa do carro.

5 Medir a **energia cinética** no final é "mais difícil": é necessário medir a velocidade no final do plano. Se se dispuser de um digitímetro (sistema que mede um pequeno intervalo de tempo através da interrupção de um feixe de luz), óptimo! Se não se dispuser desse sistema, pode-se improvisar medindo a velocidade no final do plano como se mediu na actividade 2.1 ou utilizando um sensor de movimento, colocado no final do plano (como se fez para obter os dados da página ao lado).

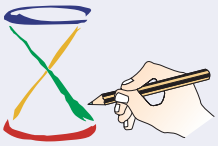
6 Será que a energia dissipada **depende da altura** em que o carro inicia o movimento? Investigue...

7 Será que a energia dissipada **depende da massa do carro**? Investigue... (Convém utilizar sempre o mesmo carro. Porquê? Mas pode-se aumentar a sua massa, fixando chumbadas com fita cola no carro, por exemplo...)

8 Fazer um **relatório** breve que inclua: (1) a(s) questão(ões) investigada(s); (2) as ideias que enquadram o procedimento utilizado; (3) a descrição do procedimento e dos cuidados que se tiveram para evitar erros e diminuir a incerteza das medidas; (4) os resultados obtidos; (5) uma descrição breve que avalie a experiência e que inclua uma resposta adequada às questões que estiveram na origem da investigação.



OK Necessito de rever esta página... Necessito de apoio para compreender esta página...



Os resultados da figura abaixo forem obtidos com um carrinho de experiências de laboratório escolar, utilizando uma tábua flexível (um rodapé largo...) como plano inclinado e plano horizontal. As distâncias foram todas medidas com uma fita métrica. O intervalo de tempo no percurso horizontal foi medido colocando um sensor de movimento no final do plano e tendo o cuidado de não deixar o carrinho atingir o sensor.

1. Confirme a variação de energia potencial quando o carro foi largado de 11,5 cm de altura.
2. Em que condições é que é "razoável" afirmar que a magnitude da velocidade no percurso horizontal é igual à magnitude da velocidade no final do plano inclinado?
3. Confirme, para o caso do movimento a partir da altura de 10,5 cm, os valores da energia potencial no início do movimento, de energia cinética no final do plano inclinado e de energia dissipada ao longo do plano.
4. Observe o gráfico que relaciona a energia cinética no final do plano inclinado com a energia potencial no início do movimento. Como deveria ser esse gráfico se não houvesse dissipação de energia ao longo do plano? Fundamente a resposta.
5. Construa um gráfico que relacione a altura a que se inicia o movimento com a energia cinética no final do plano inclinado.
6. Utilize o gráfico construído na questão anterior para determinar a que altura deve ser iniciado o movimento para que o carro atinja a energia cinética de 1,00 J.
7. Qual é o valor da energia dissipada na situação da questão anterior?

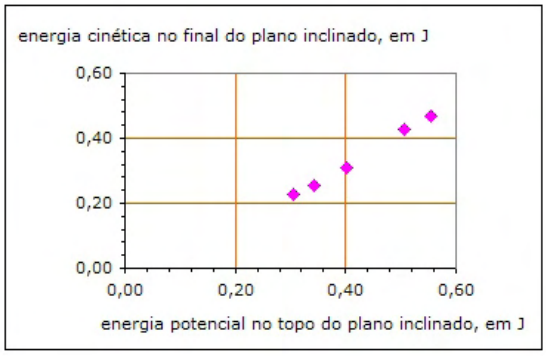
Actividade Laboratorial AL2.3 Atrito e variação de energia mecânica ao longo de um plano inclinado

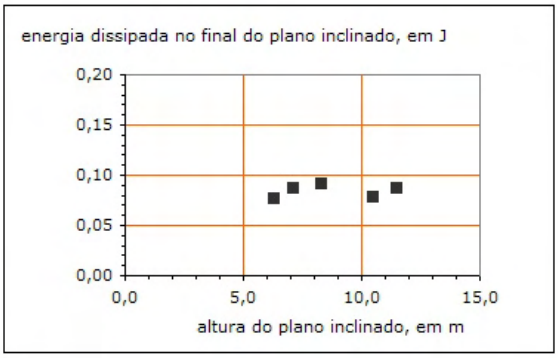
massa do carro=	0,493	kg
aceler. da grav.=	9,8	m/s^2
compr. plano incl.	1,67	m

altura a que é largado o carro	altura a que é largado o carro	velocidade no percurso horizontal	velocidade no final do plano inclinado
cm	m	m/s	m/s
11,5	0,115	1,38	1,38
10,5	0,105	1,32	1,32
8,3	0,083	1,12	1,12
7,1	0,071	1,02	1,02
6,3	0,063	0,96	0,96

(*) valor médio obtido no sistema de aquisição de dados

energia potencial do carro no início do movimento	energia cinética do carro no final do plano	energia dissipada
J	J	J
0,56	0,47	0,09
0,51	0,43	0,08
0,40	0,31	0,09
0,34	0,26	0,09
0,30	0,23	0,08



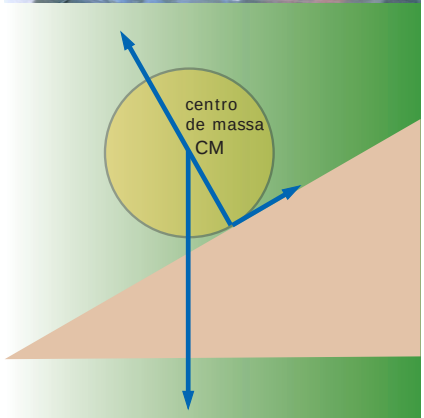


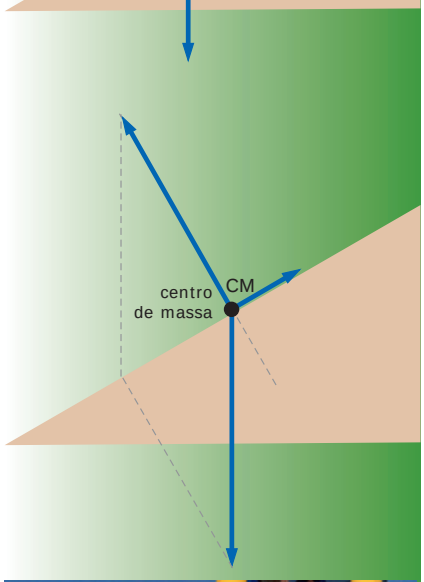
2.1

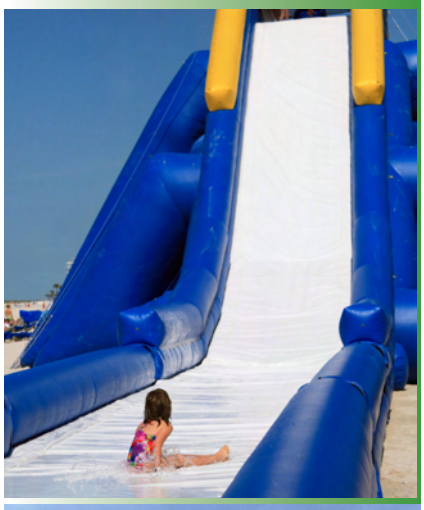
Transferências e transformações de energia em sistemas complexos – aproximação ao modelo da partícula material

Conceitos-chave nesta secção:

- ☐ **sistemas complexos**
  - ☐ eficiência energética
- ☐ **centro de massa**
  - ☐ ponto/partícula
  - ☐ forças e soma ou resultante das forças
- ☐ **vectores**
  - ☐ magnitude
  - ☐ direcção
  - ☐ soma
  - ☐ grandezas vectoriais
- ☐ **forças num plano inclinado**
  - ☐ força gravítica
  - ☐ força de reacção do plano
  - ☐ força de atrito
- ☐ **soma das forças e aceleração**
- ☐ **trabalho de uma força**
  - ☐ trabalho da força gravítica
  - ☐ trabalho da força de reacção do plano
  - ☐ trabalho da força de atrito
- ☐ **componente de uma força**
- ☐ **forças conservativas**
  - ☐ conservação da energia mecânica
- ☐ **forças dissipativas ou não conservativas**
  - ☐ diminuição da energia mecânica
- ☐ **co-seno de um ângulo**
  - ☐ cálculo da componente de uma força







Transferências e transformações de energia em sistemas complexos (meios de transporte)

Um automóvel a gasolina converte a energia obtida a partir dos combustíveis e do ar em energia do movimento do automóvel. Mas **é impossível converter toda a energia obtida exclusivamente em energia cinética do automóvel**. De facto, cerca de 75% da energia é:

- desperdiçada no aquecimento do motor;
- desperdiçada nos gases de escape (que são quentes...);
- utilizada para carregar a bateria e alimentar diversos dispositivos eléctricos;
- utilizada no aquecimento do interior do carro;
- etc.

Por outro lado, o movimento do carro origina o aparecimento de forças de atrito em todas as partes móveis e de forças de resistência do ar, que contribuem para diminuir a energia cinética do carro.

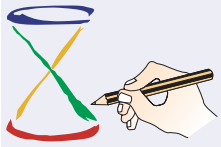
Um objectivo fundamental dos engenheiros mecânicos é, precisamente, diminuir a parte da energia que não contribui directamente para o movimento do automóvel. Isso é feito construindo **motores com boa eficiência energética** (por exemplo, reaproveitando a energia dos gases de escape, como sucede nos motores "turbo" ou utilizando "injectores electrónicos"). Por outro lado, procuram materiais mais leves e com menor atrito.

O consumo de combustíveis nos meios de transporte está, também, muito dependente do tipo de condução e da velocidade. Por exemplo, acelerações rápidas e velocidades elevadas aumentam significativamente o consumo. Em particular, **com velocidade elevada, o consumo pode ser significativamente maior porque as forças de resistência do ar aumentam proporcionalmente ao quadrado da velocidade**. Quer dizer, duplicando a velocidade, a força de resistência do ar aumenta $2^2 = 4$ vezes; triplicando a velocidade, a força de resistência do ar aumenta $3^2 = 9$ vezes; etc.

Apenas cerca de 25% da energia obtida a partir dos combustíveis e ar surge como energia cinética de um automóvel. Na foto, um protótipo num túnel de vento para estudo das forças de resistência do ar.

12 sugestões que diminuem o consumo em automóveis

- ❑ Conduzir com velocidade constante, respeitanto os limites de velocidade (estes limites foram definidos não apenas devido a razões de segurança mas também devido à necessidade de redução do consumo de combustíveis).
- ❑ Conduzir antecipando paragens e travagens (por exemplo, se se vai parar a poucas centenas de metros num sinal luminoso, não faz sentido continuar a acelerar o carro...).
- ❑ Evitar parar completamente o carro, se não for mesmo necessário parar (a condução com antecipação de paragens e travagens pode evitar que se esteja sempre a parar e a arrancar, principalmente em percursos com muito trânsito).
- ❑ Arrancar suavemente, sem "prego a fundo".
- ❑ Aumentar a velocidade antes de uma subida.
- ❑ Reduzir a pressão no acelerador nas descidas.
- ❑ Evitar janelas abertas.
- ❑ Reduzir o uso de ar condicionado ou de aquecimento interior.
- ❑ Manter a pressão correcta dos pneus.
- ❑ Manter limpa a superfície exterior do carro.
- ❑ Colocar gasolina de manhã ou de noite, fora das horas do dia com maior temperatura (quanto maior for a temperatura, mais "dilatada" se encontra a gasolina e, portanto, o mesmo volume corresponde a menor massa de gasolina).
- ❑ Remover objectos dos automóveis que não necessitam de lá estar, nomeadamente no porta-bagagens, para diminuir o peso total.



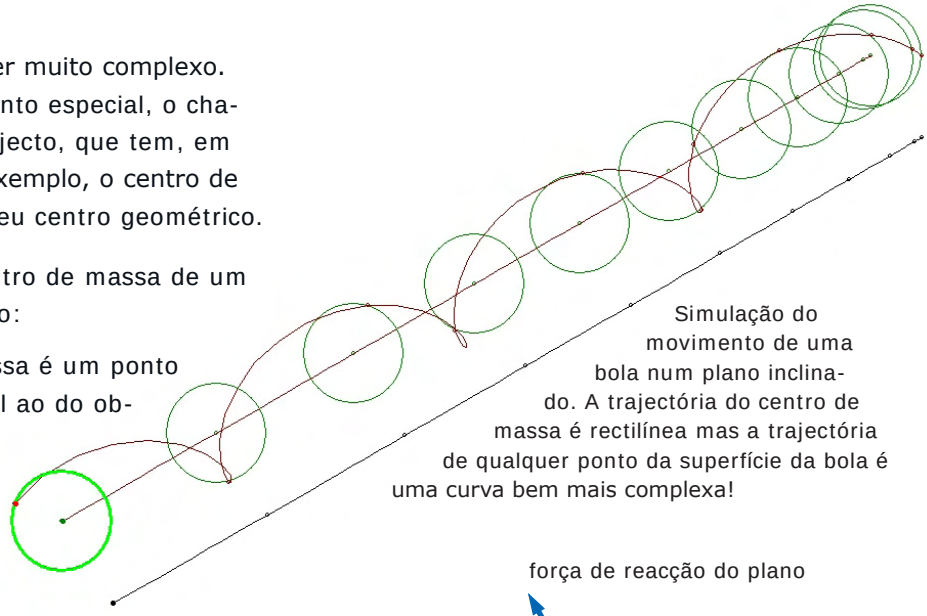
1. Escolha três das sugestões da lista acima e indique porque é que cada uma dessas sugestões contribui para diminuir o consumo de gasolina num automóvel.
2. O que significa dizer que se deve "aumentar a eficiência energética"?
3. Que característica têm os motores "turbo"?

Centro de massa (CM) e partícula material

O movimento de um objecto pode ser muito complexo. Mas é sempre possível definir um ponto especial, o chamado **centro de massa** (CM) do objecto, que tem, em geral, um movimento simples. Por exemplo, o centro de massa de uma bola vulgar está no seu centro geométrico.

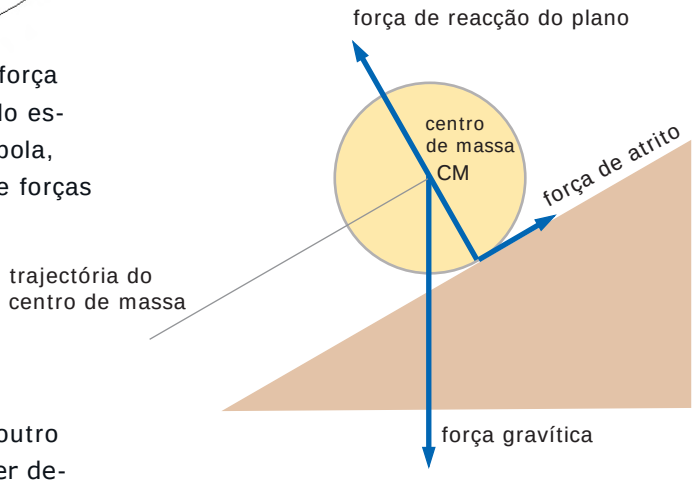
Para estudar o movimento do centro de massa de um objecto procede-se do seguinte modo:

1. Supõe-se que o centro de massa é um ponto ou "partícula" com massa igual ao do objecto;
2. Somam-se todas as forças que se exercem no objecto.

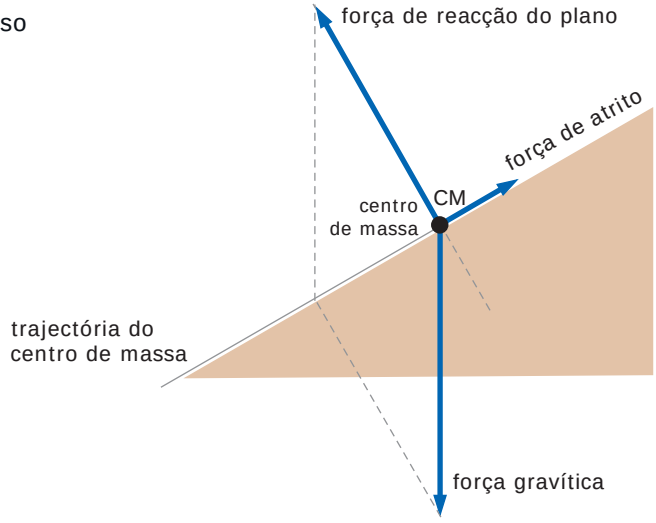


Simulação do movimento de uma bola num plano inclinado. A trajectória do centro de massa é rectilínea mas a trajectória de qualquer ponto da superfície da bola é uma curva bem mais complexa!

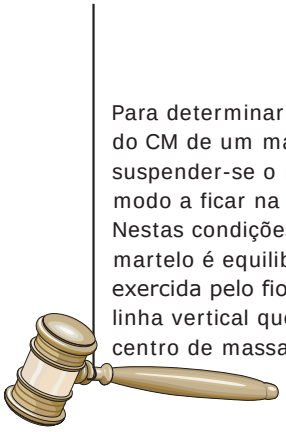
Por exemplo, uma bola a descer uma plano é actuada pela força gravítica, pela força de reacção do plano e pela força de atrito. Somando estas forças, obtém-se a **resultante das forças** na bola, como veremos a seguir. Esta soma ou resultante de forças permite estudar o movimento do centro de massa da bola.

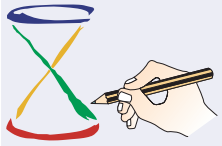


Quando falamos do movimento de um corpo estamos, quase sempre, a falar do movimento do centro de massa desse corpo. Isto facilita o estudo do movimento do corpo mas, por outro lado, obriga-nos, por exemplo, a desprezar qualquer deformação que o corpo possa sofrer bem como a desprezar qualquer movimento de rotação do corpo, como no caso da bola a rolar num plano inclinado.



Para determinar a posição do CM de um martelo pode suspender-se o martelo de modo a ficar na horizontal. Nestas condições, o peso do martelo é equilibrado pela força exercida pelo fio, numa mesma linha vertical que passa pelo centro de massa.

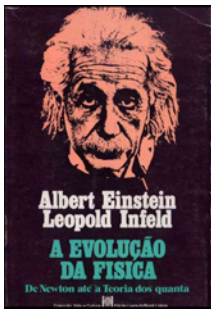




1. A posição do centro de massa de bola é sempre no centro da bola? E se a bola estiver vazia...?
2. Quando se estuda o movimento da Terra em volta do Sol, a Terra e o Sol podem ser considerados como partículas. Que sentido faz considerar estes objectos como partículas, se são "tão grandes"?
3. O que é que necessariamente não se tem em conta quando se considera um corpo como partícula?

Vectores e grandezas vectoriais: magnitude e direcção

"Se uma distância é medida, o resultado exprime-se por um certo número de unidades. O comprimento de uma vara pode ser de três metros e sete centímetros; a massa de um objecto pode ser de dois quilos e três gramas; um intervalo de tempo pode ser de tantos minutos ou segundos. Em cada caso, a medida exprime-se por um número. Mas um número nem sempre é bastante para exprimir os conceitos físicos. O reconhecimento deste facto assinalou um sério avanço na investigação científica. (...)



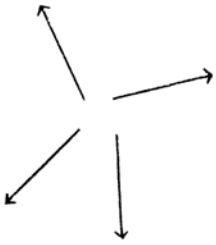
O texto ao lado foi escrito por Albert Einstein (1879, 1955), talvez o físico mais famoso de sempre, num pequeno livro de divulgação, "A Evolução da Física".

Toda a quantidade possuindo simultaneamente grandeza e direcção é representada pelo que se chama vector. Podemos adequadamente simbolizá-lo por uma flecha.

Nota importante: neste livro o significado de direcção é o "lado para onde um vector aponta", significado esse que é utilizado em todos os livros de Física em língua inglesa. Noutros livros, nomeadamente livros em português, a direcção é uma "linha que tem dois sentidos". Neste caso, é necessário usar os termos "direcção e sentido" para caracterizar um vector.

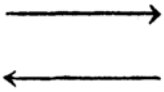
A velocidade será representada por um flecha, ou, segundo a nossa convenção, por um vector cujo comprimento, em qualquer escala de unidades que escolhamos, é a medida da velocidade e cuja direcção é a direcção do movimento.

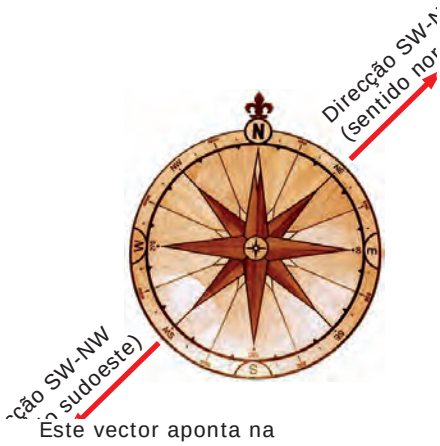
Se quatro carros partem com a mesma velocidade do mesmo ponto afastando-se em direcções divergentes, as suas respectivas velocidades podem ser representadas por quatro vectores do mesmo comprimento, como se vê no esquema.



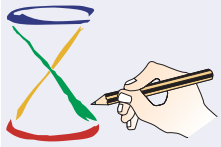
Na escala usada, cada centímetro representa quarenta quilómetros por hora. Deste modo qualquer velocidade pode ser expressa por um vector; e, inversamente, se a escala é conhecida, podemos conhecer a velocidade por meio de um vector.

Se dois carros se cruzam numa estrada e os seus velocímetros marcam quarenta quilómetros por hora, caracterizamos essas velocidades por meio de dois diferentes vectores cujas flechas apontam para direcções opostas."





Este vector aponta na direcção SW (sudoeste). A direcção do vector é "o lado para onde a flecha ou seta aponta". Um vector que aponte na direcção NE (nordeste), aponta na direcção oposta.



1 Porque é que Einstein afirma que "um número nem sempre é bastante para exprimir os conceitos físicos"?

2 Que representa o comprimento de um vector?

3 Como se representa num vector a direcção de uma grandeza vectorial?

Como somar e subtrair vectores?

Os cálculos com grandezas vectoriais não obedecem às mesmas regras dos cálculos com grandezas em que basta um número e uma unidade para conhecer os respectivos valores porque há que ter em conta além da magnitude dos vectores qual é a direcção dos vectores. As regras de cálculo com vectores constituem o chamado Cálculo Vectorial.

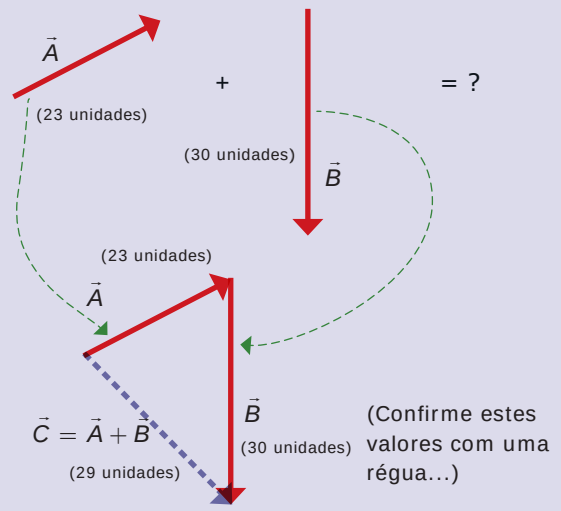
Por convenção, um vector é representado tipograficamente em "**negrito**" ou com uma pequena seta por cima do símbolo. Exemplos: **v** ou $\vec{v}$; **A** ou $\vec{A}$; etc.

Na **soma de dois vectores**, "quatro mais quatro não são oito", excepto no caso dos dois vectores terem a mesma direcção. E se tiverem direcções opostas (um aponta para um lado e o outro para o lado oposto), a soma é nula. Se não tiverem a mesma direcção, usa-se a **"regra cabeça-na-cauda"** ou **"regra do triângulo",** como se exemplifica ao lado. Esta regra é equivalente à **"regra do paralelogramo"**, também exemplificada ao lado.

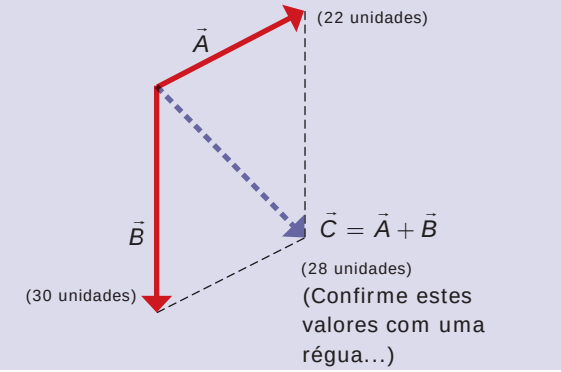
Tal como a subtracção de dois números *A* e *B* pode ser considerada como equivalente à soma de *A* com o simétrico de *B*, também para subtrair o vector **B** de outro vector **A**, basta *somar* o simétrico do vector **B** ao vector **A**:

A – **B** = **A** + (–**B**)

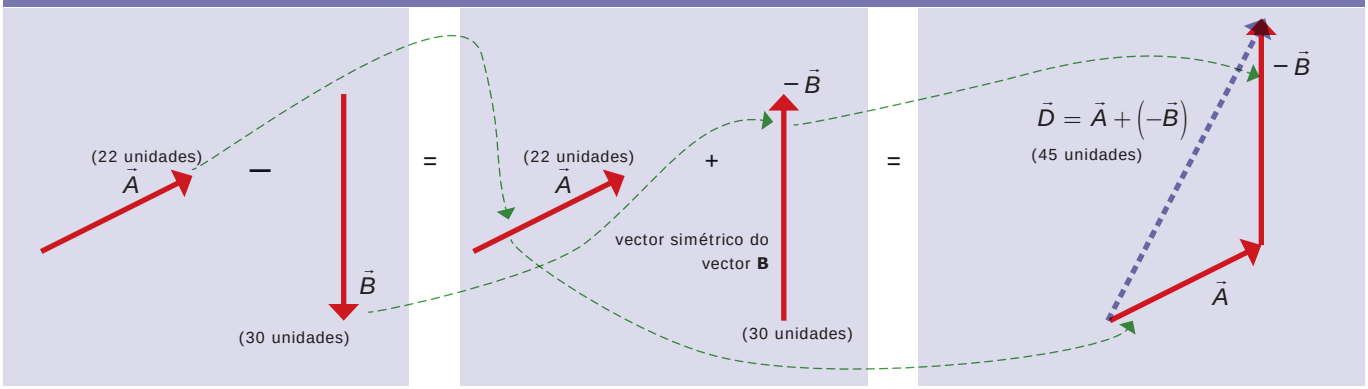
Somar vectores pela "regra cabeça-na-cauda" ou "regra do triângulo"...

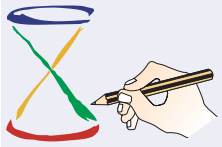


Somar vectores pela "regra do paralelogramo"...



Como subtrair vectores...



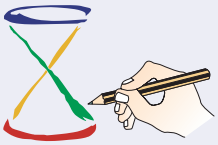


1 Utilize uma régua para confirmar os valores das somas dos vectores nas figuras acima.

2 Qual é a soma dos seguintes vectores: vector **A**, aponta para norte, magnitude 10 unidades; vector **B**, aponta para oeste, magnitude 10 unidades?

3 Dois mais dois podem ser quatro, zero ou qualquer valor entre 0 e 4 unidades. Esta afirmação diz respeito a que tipo de grandezas físicas? Explique a resposta utilizando esquemas adequados.

OK Necessito de rever esta página... Necessito de apoio para compreender esta página...



A figura e os dados em baixo referem-se a um **percurso de barco à vela na foz do rio Tejo** feito por um grupo de jovens que ligaram o GPS (sistema de navegação por satélite que regista a posição, a velocidade, etc.) às 10 h 56 min, na posição A.

Às 11 h 56 min estavam na posição B, às 13 h 17 min na posição C e às 14 h 52 min na posição D, de regresso ao Porto de Lisboa, depois de terem passado novamente na posição B.

A **trajectória** do barco está indicada por uma linha amarelo-alaranjada. Quanto mais rápido vai o barco, mais alaranjada é a cor indicada na trajectória.

No mapa estão ainda indicados os deslocamentos entre os pontos A e B e entre os pontos B e C. O **deslocamento** entre dois pontos é uma **grandeza vectorial**: tem uma certa magnitude (que, neste caso, é a distância entre os dois pontos) e uma direcção (aponta do ponto de partida para o ponto de chegada).

Ao contrário do deslocamento, a **distância percorrida** (que é registada pelo GPS) é uma grandeza não vectorial (diz-se que é uma **grandeza escalar**). Portanto, a distância percorrida é indicada apenas por um número expresso numa certa unidade (na figura, está indicada em quilómetros).

A **rapidez média** do barco num certo intervalo de tempo é o quociente entre a distância percorrida e o intervalo de tempo gasto a percorrer essa distância. Esta **grandeza escalar**, indica, em média, *qual é a distância percorrida por unidade de tempo*. Na linguagem comum, utiliza-se "velocidade média" em vez de rapidez média mas, de facto, *o termo velocidade deve ser apenas utilizado para a respectiva grandeza vectorial*.

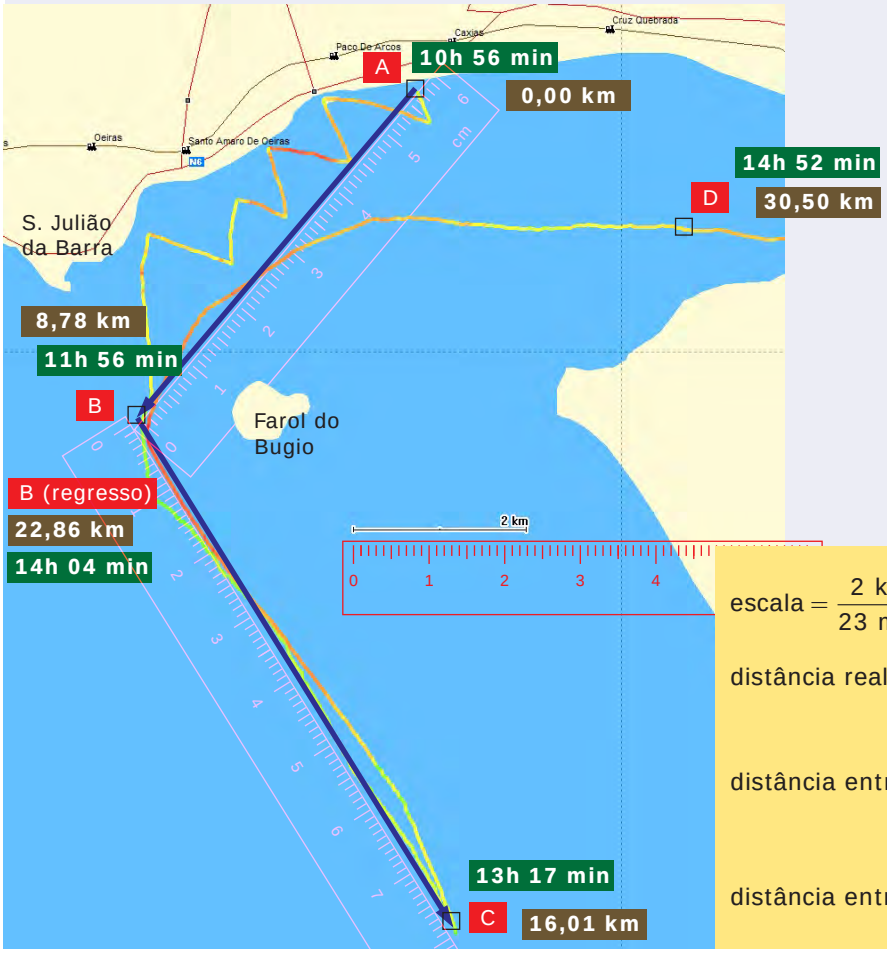
	tempo	tempo decorrido desde a posição A	distância percorrida desde a posição A	velocidade: magnitude	velocidade: direcção
A	10h 56 min	0 min	0,00 km	5,20 km/h	153º
B	11h 56 min	60 min	8,78 km	6,23 km/h	193º
C	13h 17 min	141 min	16,01 km	5,63 km/h	171º
B	14h 04 min	188 min	22,86 km	12,26 km/h	356º
D	14h 52 min	237 min	30,50 km	9,15 km/h	95º

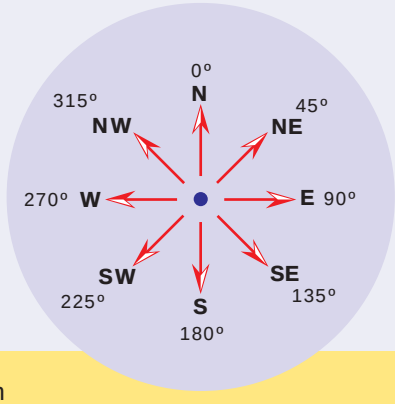
velocidade...

na posição A...

na escala $\frac{2\ \text{km/h}}{10\ \text{mm}}$

na posição D...





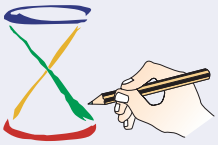
$$\text{escala} = \frac{2\ \text{km}}{23\ \text{mm}}$$

$$\text{distância real} = \text{distância no mapa} \times \text{escala}$$

$$\text{distância entre A e B} = 57\ \text{mm} \times \frac{2\ \text{km}}{23\ \text{mm}} = 4{,}96\ \text{km}$$

$$\text{distância entre B e C} = 79\ \text{mm} \times \frac{2\ \text{km}}{23\ \text{mm}} = 6{,}97\ \text{km}$$

OK Necessito de rever esta página... Necessito de apoio para compreender esta página...



1 **Entre que posições** é que a trajectória do barco foi aos zig-zags, avançando "contra o vento"?

2 **Entre que posições** é que a trajectória do barco foi aproximadamente rectilínea?

3 Que **significa** afirmar que a **escala** da figura é de 2 km para 23 mm?

4 Tendo em conta essa escala, uma distância de 46 mm na figura corresponde a que **distância** na **realidade**?

5 Tendo em conta essa escala, a distância de 5 km na realidade corresponde a que **distância** na **figura**?

6 Determinar a **distância** entre os pontos A e C.

7 O vector que começa em A e termina em B representa o **deslocamento** da posição A para a posição B. Qual é a **magnitude** desse deslocamento?

8 E qual foi a **distância percorrida** desde a posição A até à posição B?

9 Utilize a "regra cabeça-na-cauda" para determinar o **deslocamento** de A para C, **somando** o deslocamento de A para B com o deslocamento de B para C.

10 Qual é a **magnitude** do deslocamento de A para C?

11 Qual dos seguintes valores pode ser a **direcção** do deslocamento de A para C: 90º, 177º, 225º ou 275º? Fundamente a resposta.

12 Qual foi a **distância percorrida** de B para C? E de C para B, no regresso?

13 E qual é a **magnitude** do deslocamento total deste percurso parcial (B para C, seguido do regresso de C para B)? **Fundamente** a resposta.

14 Qual dos seguintes deslocamentos tem **magnitude** mais próxima da **distância percorrida**: deslocamento de A para B ou deslocamento de B para C? **Fundamente** a resposta.

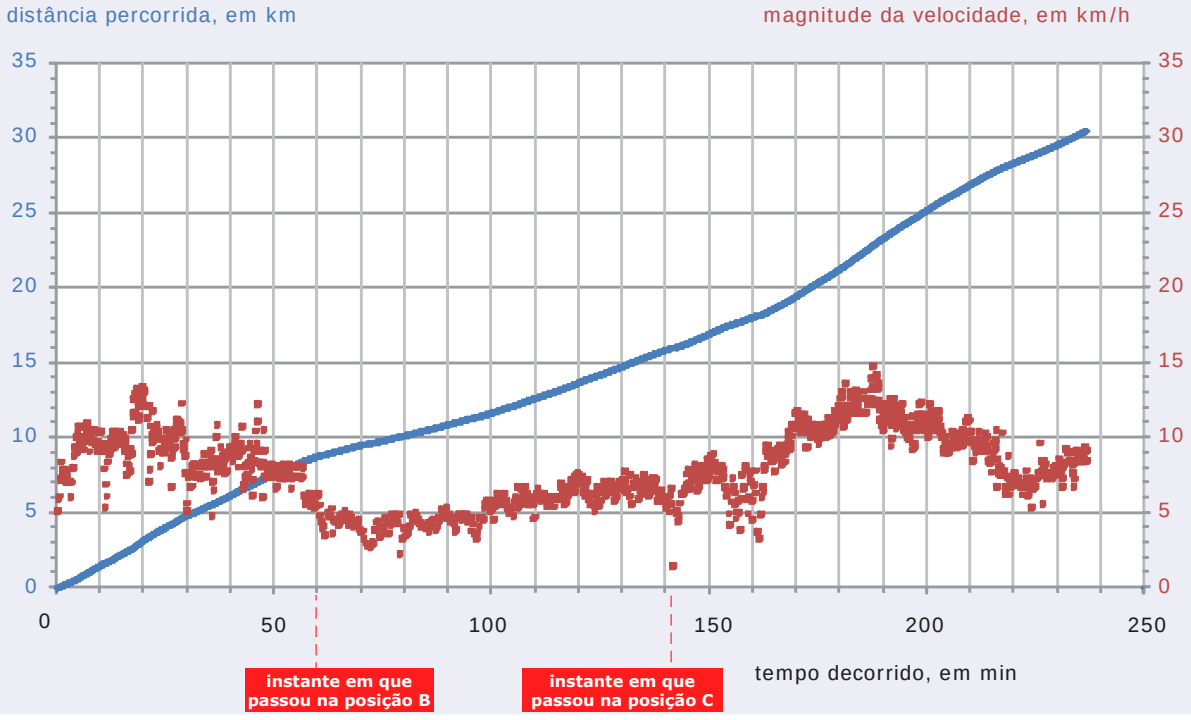
15 Qual dos seguintes pontos cardeais estava mais próximo da **direcção do movimento** do barco quando passou na posição B, pela primeira vez: N, E, S ou W? **Fundamente** a resposta.

Observe com atenção os gráficos abaixo que representam a distância percorrida a partir da posição A até à posição D, bem com a magnitude da velocidade, em função do tempo decorrido desde a posição A.

16 Entre que posições, A até B ou B até C, foi maior a **velocidade média** do barco?

17 No regresso de C, o barco voltou a passar na posição B às 14 h 04 min. Calcule o **tempo decorrido** desde a posição A, em minutos, e **assinale esse instante** no gráfico.

18 Indique um valor plausível para a magnitude da velocidade quando o barco voltou a passar na posição B, consultando apenas o gráfico abaixo.



Resultante das forças num plano inclinado

Um objecto num plano inclinado é um bom exemplo do modo como se fazem cálculos com grandezas vectoriais e como as transferências de energia se relacionam com as forças.

Os esquemas mostram como se representam as forças num objecto de 0,50 kg (ou melhor no CM do objecto), **utilizando apenas régua, esquadro e transferidor**. Com esta massa, o peso do objecto é 5,0 N. Utilizou-se uma escala que facilita os cálculos: 1 N corresponde a 10 mm.

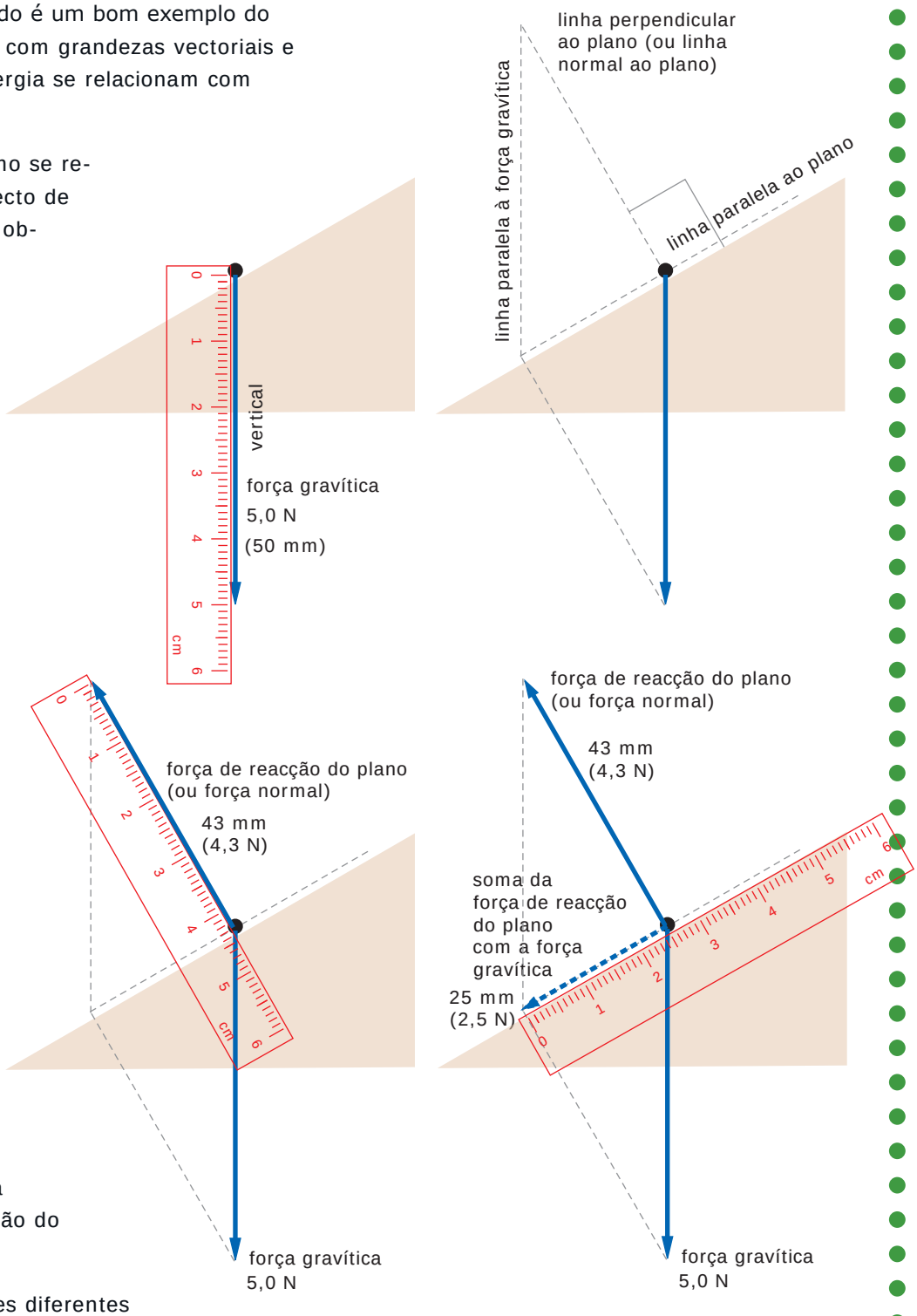
Começa-se por representar a força gravítica...

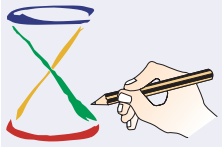
Em seguida, traçam-se linhas auxiliares: perpendicular ao plano, paralela ao plano, paralela à força gravítica...

Estas linhas permitem determinar o comprimento do vector da força de reacção do plano, *porque sabemos que esta força somada com a força gravítica dá uma resultante que é paralela ao plano e aponta para baixo*. A magnitude da força de reacção é 4,3 N.

E permitem também determinar a **magnitude da soma ou resultante** da força gravítica com a força de reacção do plano: 2,5 N.

Evidentemente, para valores diferentes da massa do corpo e da inclinação do plano, outros valores se obteriam.





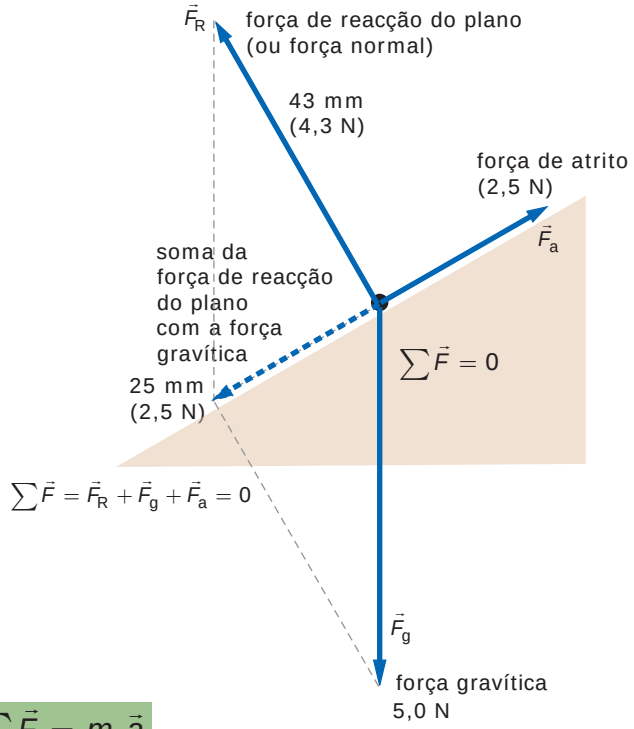
1 Utilize um transferidor para medir o ângulo que o plano inclinado da figura acima faz com a horizontal. Obtenha, através do cálculo, os restantes ângulos.

2 Repita a figura acima, com todo o rigor, para uma força gravítica de 3,0 N.

3 Repita a figura acima, com todo o rigor, para uma força gravítica de 10 N e um ângulo do plano inclinado com a horizontal no valor de 10º.

Resultante das forças, aceleração e velocidade num plano inclinado

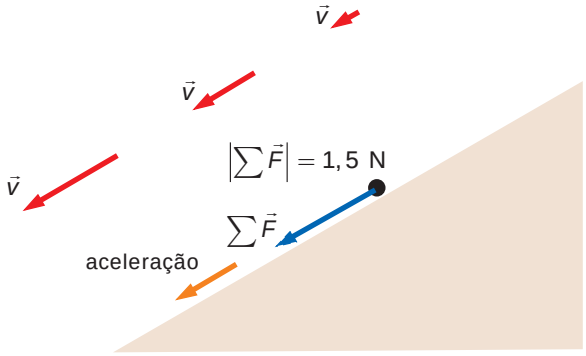
Mas um objecto num plano inclinado pode estar parado... Nesse caso, *a soma das forças no objecto tem de ser nula*. Logo, outra força tem de equilibrar a soma da força gravítica com a força de reacção do plano. É o que se representa no primeiro esquema, em que uma **força de atrito** de 2,5 N equilibra as restantes forças.



No caso da força de atrito ser nula ou menor que os 2,5 N, o corpo acelera para baixo, aumentando de velocidade. A **aceleração** é a grandeza vectorial que nos informa para onde é que a velocidade está a variar. Neste caso, a velocidade varia, aumentando de magnitude, apontando para baixo, ao longo do plano.

Portanto, quando o corpo **desce o plano, aumentando de velocidade**, a resultante das forças aponta para baixo, paralela ao plano, tal como a aceleração. Esta afirmação está de acordo com a **Lei Fundamental do Movimento**, já estudada no ensino básico: **a aceleração aponta para onde aponta a soma das forças**. Esta lei estabelece que a resultante das força é proporcional à aceleração, sendo a massa do corpo a constante de proporcionalidade.

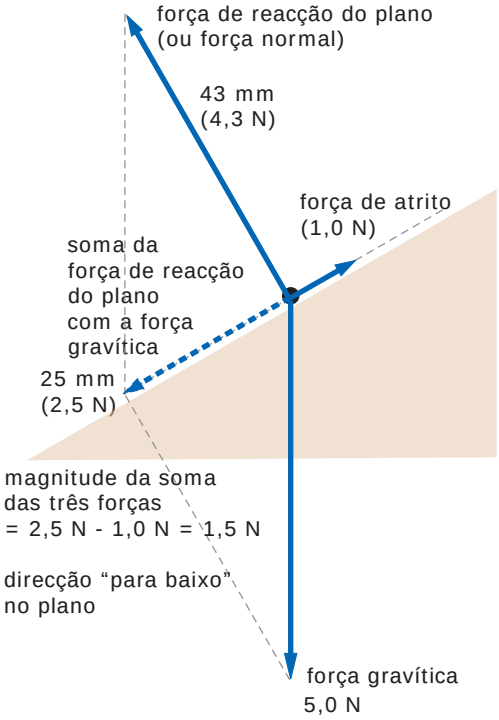
$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a}$$

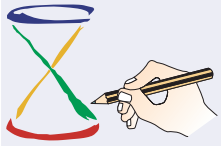


$\left|\sum \vec{F}\right|$ representa a magnitude da soma das forças

$\sum \vec{F}$ representa a soma ou resultante das forças

$\cancel{\left|\sum F\right|}$ esta representação não tem significado, porque não faz sentido somar as magnitudes das várias forças (excepto se tiverem a mesma direcção)!



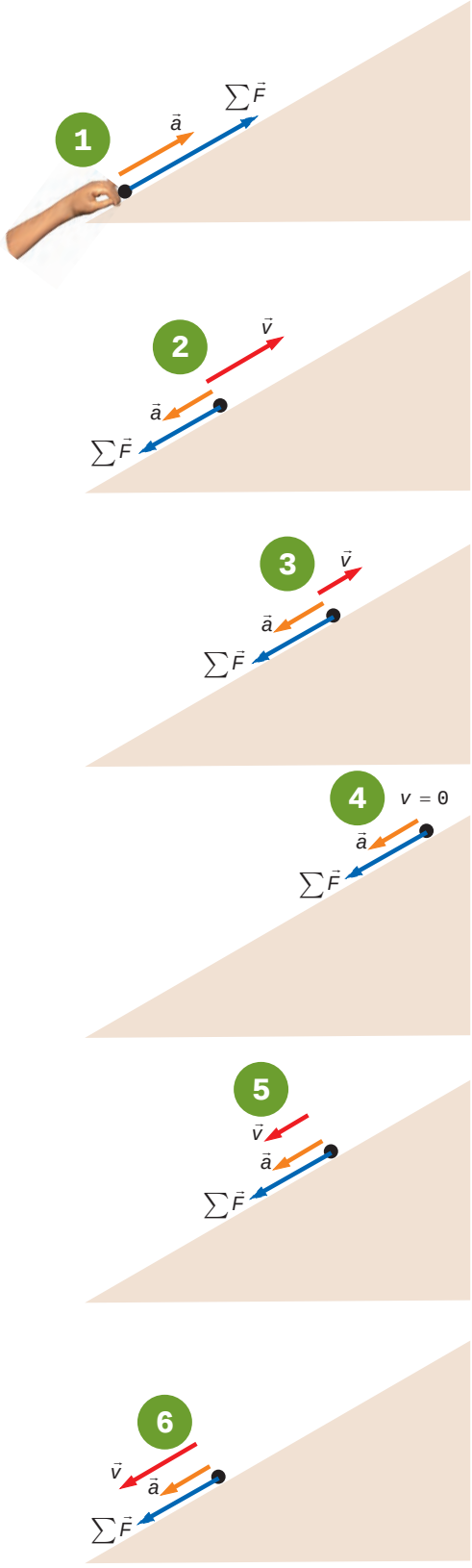


1. Represente as forças que se exercem num objecto de 1,0 kg parado num plano inclinado a 10º. Utilize apenas uma régua e um esquadro.
2. Represente as forças que se exercem num objecto de 1,0 kg num plano inclinado a 10º, admitindo que a força de atrito é desprezável.
3. Represente as forças que se exercem num objecto de 1,0 kg parado num plano inclinado a 10º, admitindo que a força de atrito vale 2,0 N.

Subir e descer num plano inclinado: forças, aceleração e velocidade

Na linguagem do dia a dia, força, velocidade, aceleração, etc., são palavras que se usam mais ou menos de modo semelhante. Na actividade científica e na engenharia não é possível usar termos fundamentais sem serem previamente definidos com rigor, de modo a que todos os entendam da mesma maneira. Assim, força, aceleração e velocidade têm significados rigorosos, que podem ser expressos através de equações adequadas, estudadas em anos mais avançados. No entanto, convém desde já usar estas palavras com o rigor possível.

Vejamos um exemplo simples:



1 Uma bola é lançada de modo a subir um plano inclinado. *Enquanto a mão exerce uma força na bola*, a soma ou resultante das forças (força exercida pela mão + força de reacção do plano + força gravítica + força de atrito) aponta para cima. De igual modo, a aceleração aponta para cima: ou seja, a velocidade vai variar "para cima", aumentando de magnitude... Por isso, **quando a mão deixa o contacto com a bola, esta já possui uma certa velocidade inicial que aponta para cima.**

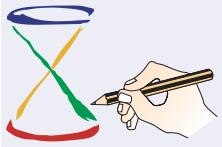
2 Mas assim que a mão deixa de exercer força, a bola passa a ser actuada apenas pelas forças de reacção do plano + força gravítica + força de atrito... cuja soma já sabemos que aponta para baixo, paralelamente ao plano. Logo, a aceleração aponta nessa mesma direcção, que é oposta à direcção da velocidade. Deste modo, a velocidade tende a diminuir de magnitude... até se anular na parte superior do plano.

3 Subindo, acelerando para baixo, velocidade para cima, mas diminuindo a magnitude da velocidade...

4 Altura máxima, velocidade nula... acelerando para baixo...

5 Descendo o plano, soma das forças e aceleração para baixo... velocidade para baixo, aumentando de magnitude...

6 Descendo o plano, soma das forças e aceleração para baixo... velocidade para baixo, continuando a aumentar de magnitude...



1 Que outros exemplos conhece de linguagem imprecisa no dia e dia e que possam ter um significado diferente, rigoroso, nas ciências físicas?

2 Explique o significado da frase seguinte, utilizando um esquema: "a soma ou resultante das forças numa partícula determina se e para onde a partícula acelera".

3 No esquema acima, na posição (4), a velocidade é nula mas a aceleração continua a apontar para baixo, na direcção do plano. Porquê?

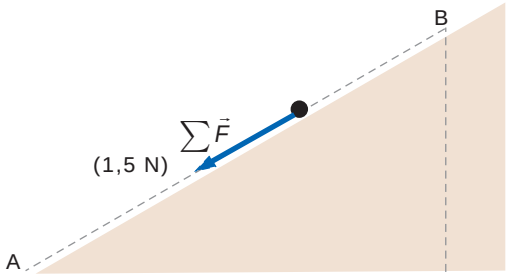
Trabalho realizado pela soma ou resultante das forças na descida no plano inclinado

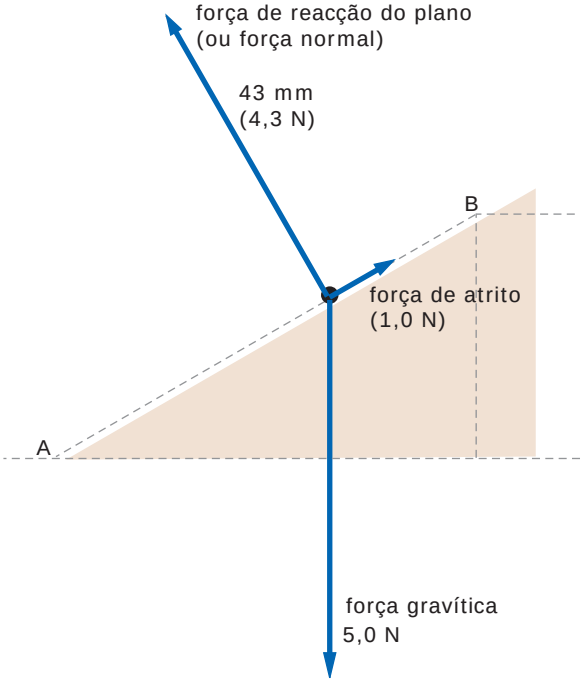
Vimos na Unidade 0 como se calcula o trabalho realizado por uma força. Vejamos então como calcular o trabalho realizado pela soma ou resultante das várias forças quando um objecto desce um plano inclinado.

Neste caso, o cálculo do trabalho da resultante das forças é muito simples: como a resultante das forças aponta para baixo, tal como o deslocamento, o trabalho da resultante é, simplesmente, o produto da magnitude da resultante pela magnitude do deslocamento. Para os dados utilizados atrás, vem:

trabalho da soma ou resultante das forças:

$$W = 1{,}5\ \text{N} \times \text{distância AB}$$

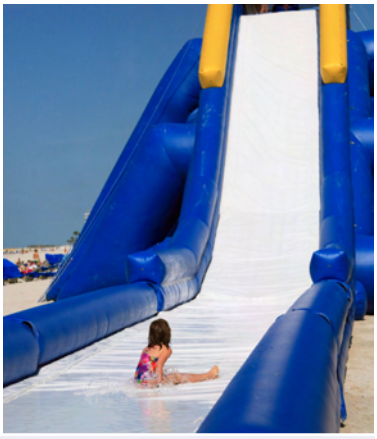


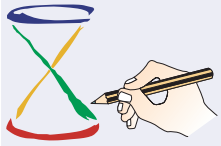


A unidade SI de trabalho é o joule. Assim, para uma distância AB de, por exemplo, 1,20 m, vem:

$$W = 1{,}5\ \text{N} \times 1{,}20\ \text{m}$$
$$= 1{,}8\ \text{J}$$

Que significado tem o valor do trabalho da resultante das forças? É o que iremos ver um pouco mais à frente...





1 Porque não faz sentido dizer que a soma das forças no esquema da figura acima é 4,3 N + 1,0 N + 5,0 N = 10,3 N?

2 Em qual das seguintes situações será maior a aceleração do objecto ao longo do plano: força de atrito no valor de 1,0 N ou força de atrito desprezável? Porquê?

3 A foto ao lado mostra um escorrega de água. Que efeito tem a água do escorrega sobre a força de atrito quando a criança desce no escorrega?

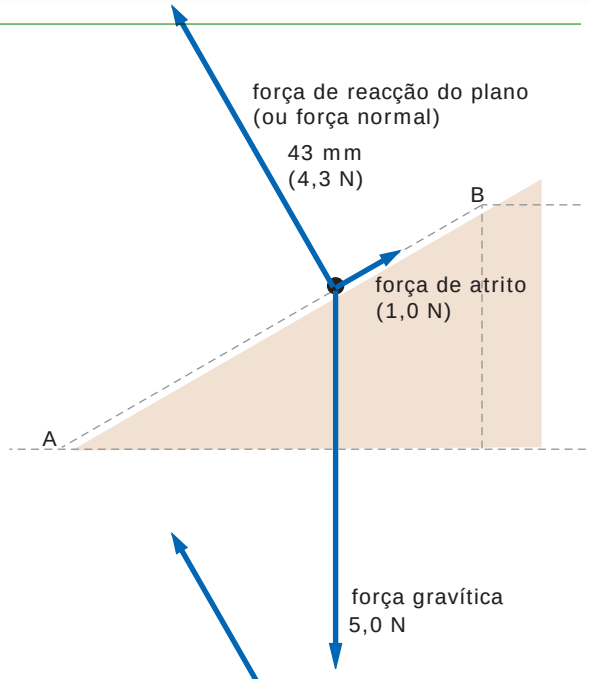
Trabalho realizado pelas várias forças na descida no plano inclinado

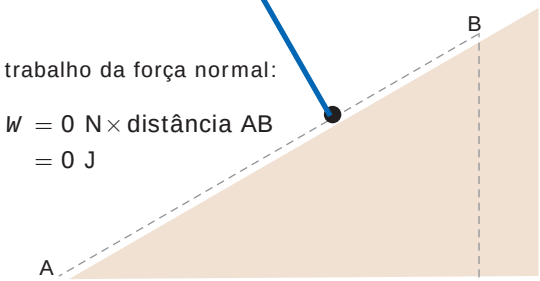
Vejamos agora como calcular o trabalho realizado não pela resultante das várias forças quando um objecto desce um plano inclinado mas sim por cada uma dessas forças.

Como se explica na página ao lado, o trabalho de uma força é o **produto** da magnitude da componente da força segundo a direcção do deslocamento pela magnitude do deslocamento (no caso dessa componente apontar na direcção do deslocamento) ou o simétrico desse produto se a componente da força apontar no sentido oposto ao deslocamento.

Assim, temos:

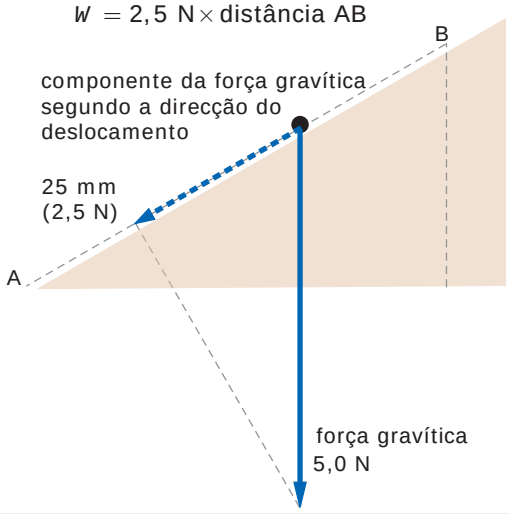
1. Para a **força de reacção do plano ou força normal**, o respectivo trabalho é nulo porque a *força normal é perpendicular ao deslocamento* (logo, a sua componente é nula na direcção do deslocamento).
2. Para a **força de atrito**, o trabalho é **negativo** (a força de atrito aponta para o lado oposto ao deslocamento).
3. Para a **força gravítica**, o trabalho é **positivo** (a componente da força gravítica aponta para o mesmo lado do deslocamento).





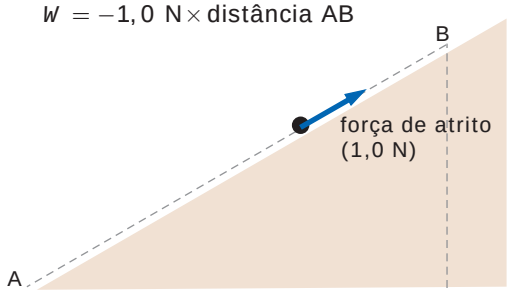
trabalho da força gravítica:

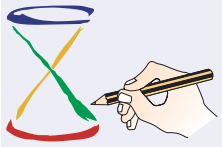
$$W = 2{,}5\ \text{N} \times \text{distância AB}$$



trabalho da força de atrito:

$$W = -1{,}0\ \text{N} \times \text{distância AB}$$

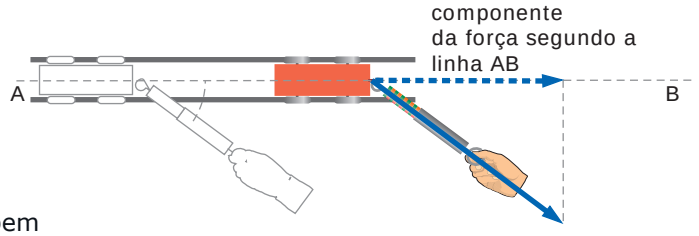




1. Calcule o trabalho da força gravítica no exemplo acima se a distância AB for 1,20 m.
2. Calcule o trabalho da força de atrito no exemplo acima se a distância AB for 1,20 m.
3. Verifique que a soma dos trabalhos das forças aplicadas no objecto vale 1,8 J.
4. Que relação de grandeza há entre o trabalho da resultante das forças, calculado na página anterior, e a soma dos trabalhos das forças aplicadas no objecto?

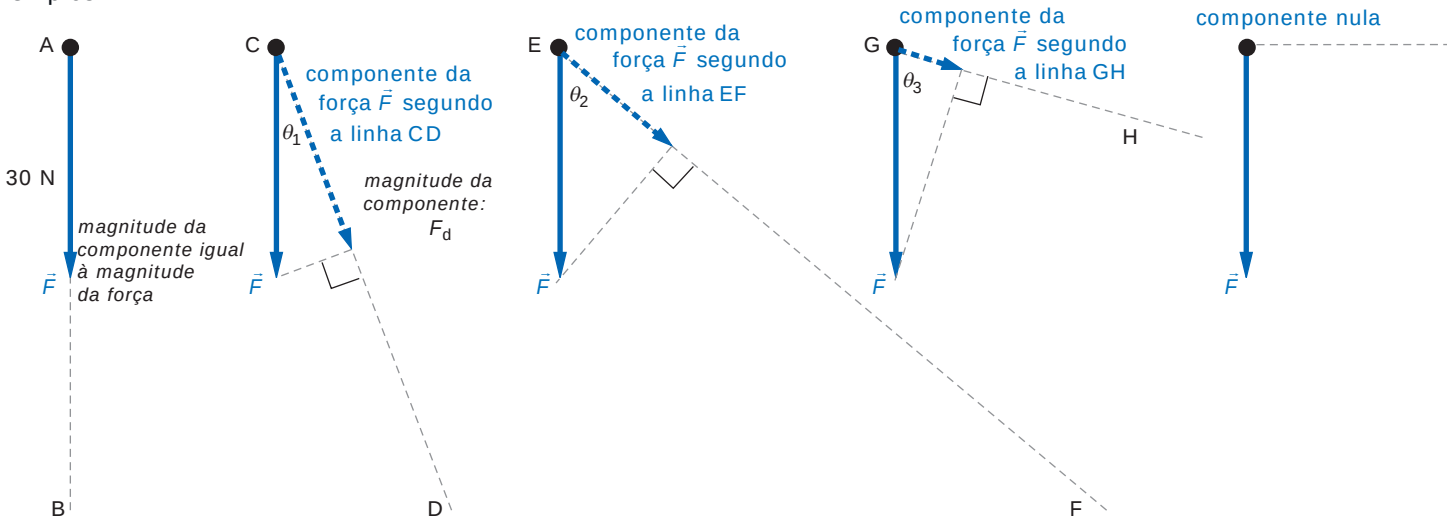
Trabalho realizado por forças constantes que actuam em qualquer direcção

Vejamos como se pode calcular o trabalho de uma força, quaisquer que sejam as direcções da força e do deslocamento. Para isso, há que definir o que é a **componente de um vector** segundo uma linha recta.



Alguns textos de Física designam a componente da força segundo a linha em que se dá o deslocamento como "força eficaz". Note-se, no entanto, que esta componente *não é* uma nova força!

Consideremos o vector azul abaixo representado, bem como as linhas AB, CD, EF e GH. Para determinar a componente do vector segundo qualquer dessas linhas, traça-se a perpendicular à linha que passa pela cabeça do vector, quando a respectiva cauda coincide com um ponto qualquer da linha (diz-se que se **"projecta o vector na linha"**). O vector que une a cauda à intersecção da perpendicular com a linha define a componente do vector seguindo a linha. Alguns exemplos:



Tendo em conta a escala do vector e utilizando uma régua mede-se facilmente a magnitude da componente da força.

Note-se que:

- se o vector coincide com a linha, a respectiva componente é igual ao vector;
- se o vector é perpendicular à linha, a respectiva componente é nula.

Assim, a grandeza trabalho de uma força, W, pode ser definida do seguinte modo:

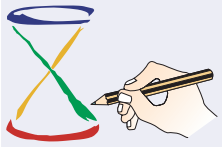
- se a componente da força aponta para o mesmo lado do deslocamento, tem-se

$$W = F_d \times d$$

- se a componente da força aponta para o lado oposto ao deslocamento, tem-se

$$W = -F_d \times d$$

sendo F_d a magnitude da componente da força numa linha que coincide com o deslocamento e d a magnitude do deslocamento.



1. Utilize uma régua para determinar a magnitude da componente da força de 30 N da figura acima segundo as linhas CD, EF e FH. A escala utilizada é de 1 cm para 10 N.
2. Em que condições é nula a componente da força numa determinada direcção?
3. Em que condições é que a componente da força numa determinada direcção é igual à força?

Forças dissipativas e forças conservativas

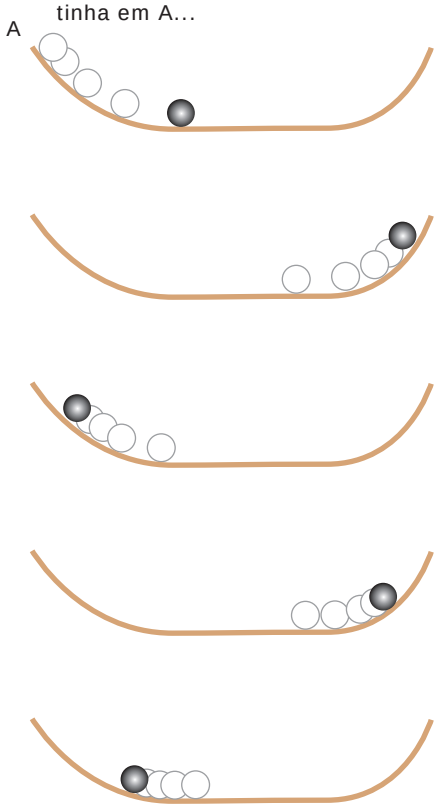
Vimos atrás que o trabalho da força de atrito na descida de um objecto num plano inclinado é um trabalho negativo, porque a força aponta para um lado e o deslocamento aponta para o lado oposto.

Quer dizer, a força de atrito tende a diminuir a energia cinética do objecto, uma vez que tende a diminuir a velocidade do objecto. As forças deste tipo dizem-se **forças dissipativas** porque **dissipam energia mecânica**.

Pode apreciar-se facilmente o trabalho das forças dissipativas. Por exemplo:

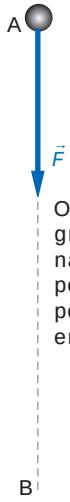
1. Largando uma esfera do topo de uma calha côncava, a esfera cai...
2. ... e quase que atinge a mesma altura no outro lado da calha.
3. Não atinge a mesma altura porque as forças de atrito dissipam energia enquanto a esfera se move...
4. Ou seja, nem toda a energia potencial inicial surge como energia cinética quando a esfera passa na base da calha...
5. ... e nem toda a energia cinética da esfera na base da calha surge como energia potencial no topo da calha.
6. À medida que a esfera vai e volta, aumenta a energia dissipada devido ao atrito, até toda a energia mecânica da esfera se ter dissipado.

As forças de atrito na calha dissipam a energia mecânica que a esfera tinha em A...

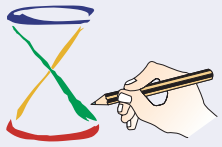


Ao contrário do atrito, **a força gravítica é uma força conservativa**. Isto significa, simplesmente, que a força gravítica não dissipa energia. Por exemplo:

1. Largando um objecto de uma certa altura, a força gravítica aumenta a velocidade do objecto...
2. ... aumentando a respectiva energia cinética.
3. Como veremos adiante, se apenas existir a força gravítica, o *aumento da energia cinética é igual ao trabalho da força gravítica e igual à diminuição da energia potencial*. Logo, **conserva-se a energia mecânica.**



O trabalho da força gravítica entre A e B não é dissipado... porque a energia potencial se transforma em energia cinética



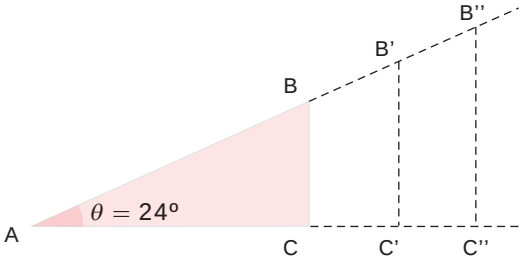
1. Que significa dizer que a força gravítica é uma força conservativa?
2. Que significa dizer que a força de resistência do ar não é uma força conservativa?
3. A força de atrito entre o sapato e o solo na figura ao lado não é uma força conservativa... Porquê?

Como calcular analiticamente a magnitude da componente de uma força?

Nas páginas anteriores determinou-se sempre a componente de uma força utilizando régua e transferidor. Vamos agora ver um processo mais rigoroso, conhecendo o ângulo entre a força e a respectiva componente.

Desde a Antiguidade que se conhecem certas propriedades dos triângulos. Por exemplo, o triângulo ABC, que tem o ângulo de 24º em A, tem ângulos iguais ao triângulo AB'C', ao triângulo AB''C'', etc. Nestes triângulos, confirma-se facilmente que:

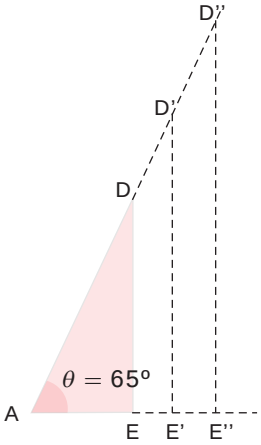
$$\frac{AC}{AB} = \frac{AC'}{AB'} = \frac{AC''}{AB''} = 0,91$$



Os segmentos B'C', B''C'', etc., aumentam, mas os segmentos AB', AB'', etc., aumentam proporcionalmente.

De modo semelhante, para os triângulos ADE, AD'E', AD''E'', etc., que têm o ângulo de 65º em A, se tem:

$$\frac{AE}{AD} = \frac{AE'}{AD'} = \frac{AE''}{AD''} = 0,42$$



Tem-se:

$$\cos 65º = \frac{AE}{AD}$$

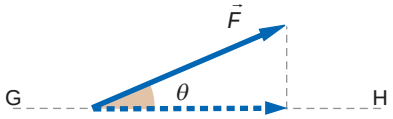
Logo:

$$AE = AD \times \cos 65º$$

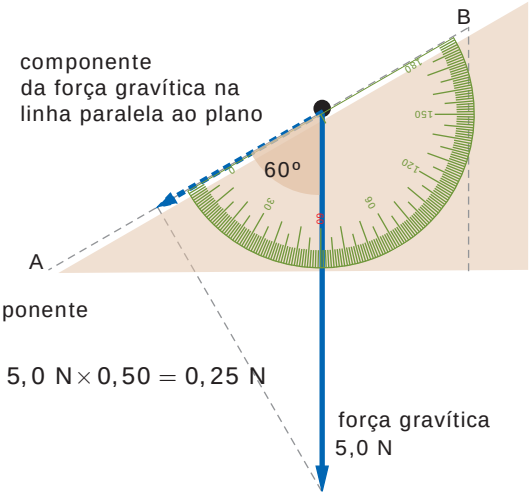
Ou seja, conhecendo a distância AD e o ângulo em A pode calcular-se a distância AE...

Estes quocientes definem, para cada ângulo, uma quantidade chamada **co-seno do ângulo**. Assim, para o ângulo de 24º o co-seno vale 0,91 (em rigor, é um número real que pode ser expresso com qualquer número de casas decimais) e para o ângulo de 65º o co-seno vale 0,42 (tal como o anterior, é um número real que pode ser expresso com mais casas decimais).

Ora, sabendo o co-seno do ângulo entre uma força e a respectiva componente pode facilmente calcular-se a magnitude da componente, desde que se conheça a magnitude da força, como se exemplifica ao lado. O co-seno de qualquer ângulo pode ser obtido numa tabela ou numa máquina de calcular (tecla COS).

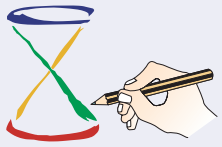


magnitude da componente da força segundo GH = $F \times \cos\theta$



magnitude da componente da força gravítica:

$5,0\ N \times \cos 60º = 5,0\ N \times 0,50 = 0,25\ N$



1 Uma das propriedades dos triângulos é a seguinte: a soma dos ângulos internos é de 180º. Utilize esta propriedade para determinar todos os ângulos nos diversos triângulos acima.

2 Utilize uma régua nas figuras acima para confirmar que o co-seno dos ângulos de 24º e 65º é, respectivamente, 0,91 e 0,42.

3 O valor máximo do co-seno de um ângulo é 1. De que ângulo se trata?

4 O co-seno do ângulo de ___º é 0. De que ângulo se trata?

Questões para pensar e para calcular

Sistemas complexos e centro de massa

1 As fotos ao lado mostram um pára-quedista que se lançou de uma torre de 335 m em Kuala Lumpur, na Malásia, imediatamente após o salto, em que ainda rodou várias vezes sobre ele mesmo, e após abrir o pára-quedas.

1.1 Quando se representa o pára-quedista apenas pelo movimento do seu centro de massa, que tipo de movimento se despreza?

1.2 A posição do centro de massa em relação ao corpo do pára-quedista é sempre a mesma? Fundamente a resposta.

1.3 Durante a queda, ocorrem transferências de energia. Se estudarmos apenas o movimento do centro de massa, que transferências de energia são desprezadas?

1.4 Após abrir o pára-quedas, atinge muito rapidamente uma velocidade constante da ordem dos 5 m/s. Se dos 335 m de queda, 300 m forem feitos com o pára-quedas aberto, a velocidade constante, quanto tempo demora a cair esses 300 m?

1.5 Quando atinge a velocidade constante, após abrir o pára-quedas, quanto vale a aceleração do pára-quedista?

1.6 Se a massa do pára-quedista for 75 kg, qual é a energia cinética com que atinge o solo?

1.7 E qual era a energia potencial gravítica do pára-quedista no instante em que iniciou o salto?

2 Um barco à vela tem um movimento de translação (anda para a frente...) mas também pode ter um movimento de rotação se o vento for muito intenso...

2.1 A velocidade do barco pode ser medida com um GPS, fixo no barco. Essa velocidade permite calcular que tipo de energia do barco?

2.2 Em que posição deve estar, aproximadamente, o centro de massa do barco? Fundamente a resposta.

Vectores: quando é necessário mais do que um número...

3 Um barco encontra-se numa certa posição A e desloca-se a 10 km/h para norte, numa zona sem correntes.

3.1 Mantendo constante a velocidade, a que distância se encontra 1 hora depois?

3.2 Se estivesse a navegar noutra direcção, teria percorrido a mesma distância?

3.3 Se estivesse a navegar noutra direcção, estaria na mesma posição 1 hora depois? Esquematize a situação para fundamentar a resposta.

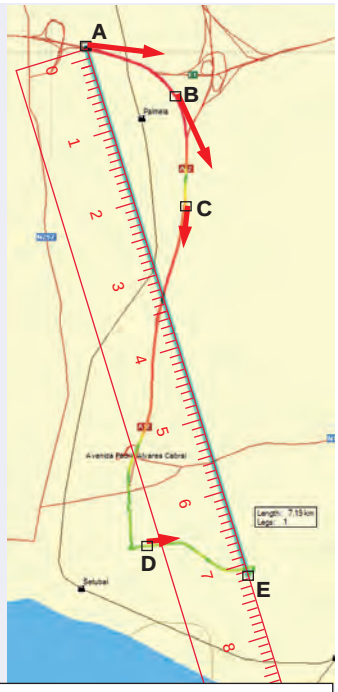
3.4 Porque é necessário considerar que a velocidade é uma grandeza vectorial?

4 O mapa ao lado representa parte de uma viagem de um carro com um GPS. No mapa estão assinalados os pontos A, B, C, D e E (onde se parou). Em cada um destes pontos está assinalada a velocidade do carro, medida pelo GPS (ver dados em baixo).

No mapa foi colocada uma régua que une o ponto A (início da contagem do tempo) e o ponto E (fim da viagem). A escala do mapa é de 1 cm para 1 km. A cor da trajectória está relacionada com a velocidade.

O percurso inclui a parte final de uma auto-estrada, com portagem, e um percurso numa zona urbana.

Os gráficos em baixo foram construídos a partir dos registos do GPS.



4.1 Ao fim de quanto tempo se atingiu a zona da portagem?

4.2 O ponto C está antes ou depois da portagem? Porquê?

4.3 Quais são os pontos que estão na zona urbana? Porquê?

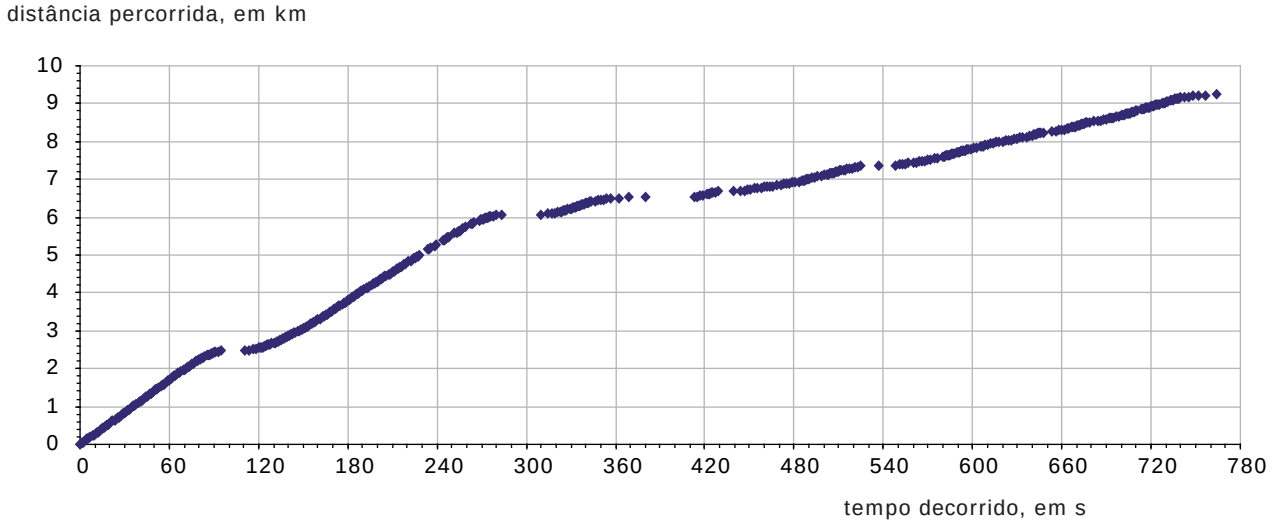
4.4 Qual foi a distância percorrida pelo carro?

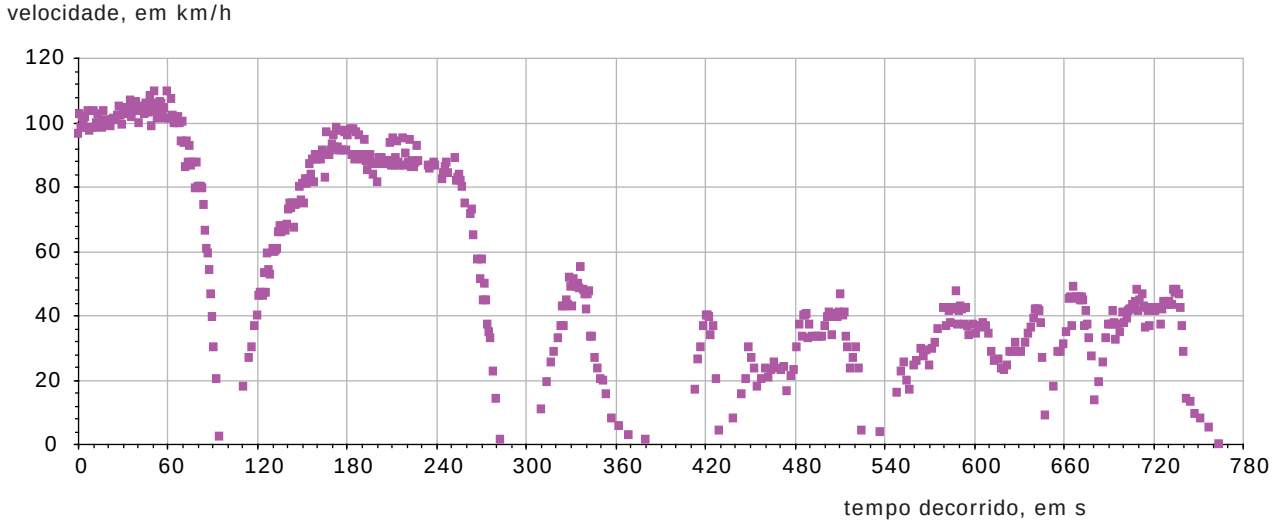
4.5 Qual foi a magnitude do deslocamento do carro?

4.6 No mapa, é possível observar que a velocidade é sempre *perpendicular/tangente/paralela* à trajectória (risque o que estiver errado).

4.7 Em qual dos pontos assinalados a velocidade aponta aproxidamente para sul?

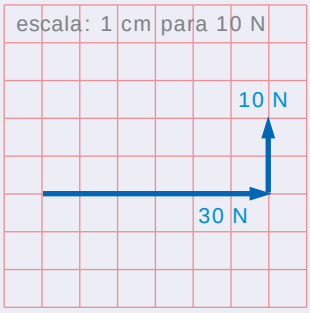
	A	B	C	D	E
tempo decorrido, em s	0	50	128	580	764
distância percorrida, em km	0,000	1,413	2,649	7,600	9,347
velocidade: magnitude, em km/h	97	106	54	42	3
velocidade: direcção, em graus	110	155	184	85	126

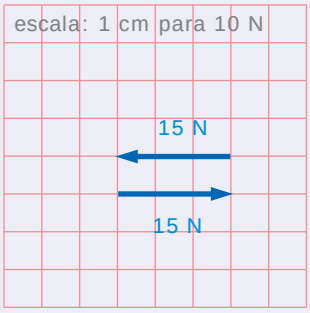


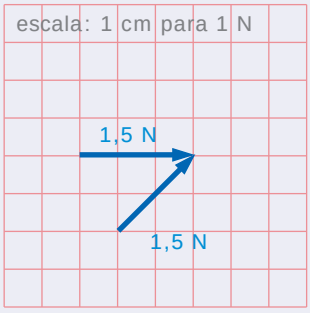


Soma ou resultante de forças, aceleração e velocidade

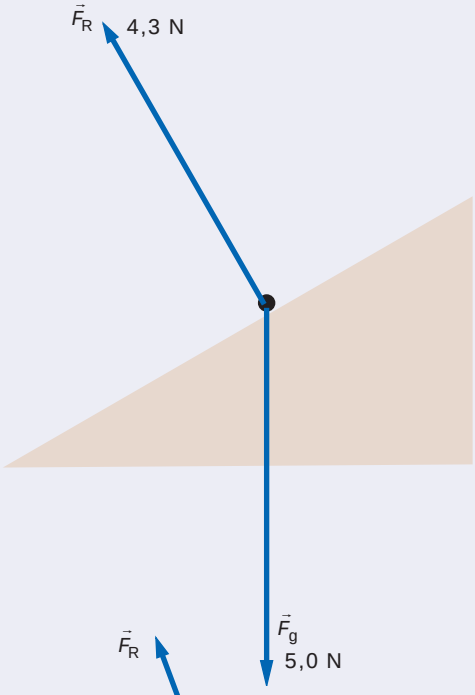
5 Utilize uma régua e um esquadro para calcular a soma dos vectores seguintes, que representam forças:

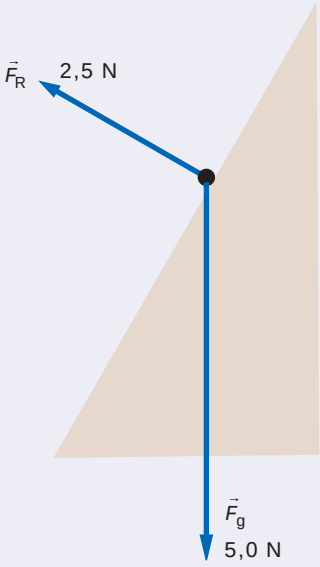


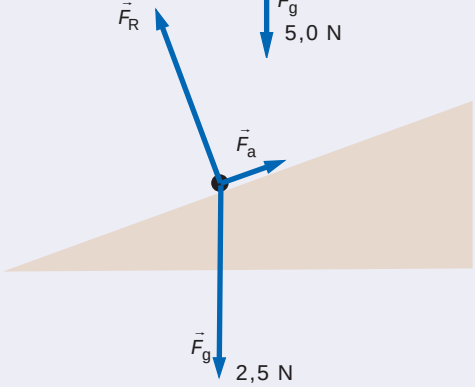


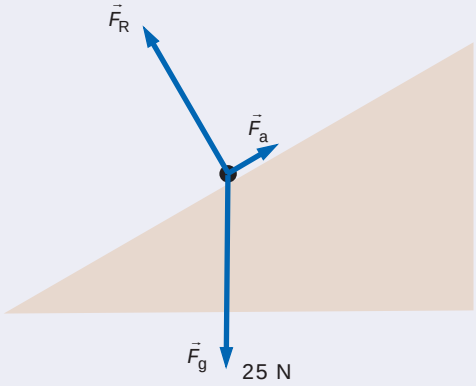


6 Utilize uma régua e um esquadro para calcular a soma dos forças seguintes:









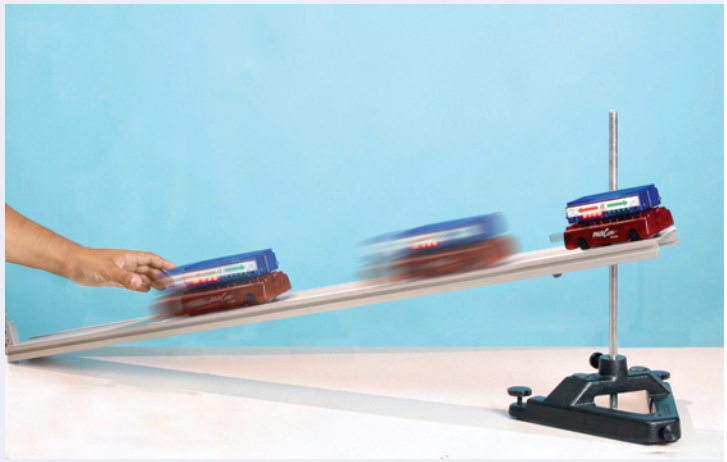
7 A foto ao lado mostra um carrinho a ser puxado num plano horizontal, da esquerda para a direita.
O carrinho tem acoplado um acelerómetro visual: a magnitude e a direcção da aceleração são visualizadas através de luzes vermelhas ou verdes, que acendem consoante a aceleração aponta para um lado ou para o outro.

7.1 O carrinho está a acelerar para que lado?

7.2 A resultante ou soma das forças no carrinho aponta para que lado? A resultante é horizontal, vertical ou aponta segundo uma linha oblíqua ao plano horizontal?

7.3 A força de reacção do plano no carrinho e o peso do carrinho estão equilibradas. Se não estivessem equilibradas, que deveria suceder à direcção da soma das forças no carrinho?

8 A foto ao lado mostra um carrinho a ser lançado num plano inclinado, de baixo para cima. O carrinho tem acoplado o acelerómetro visual, descrito na questão anterior.
Nesta foto observa-se o carrinho em três posições.
Note que, na primeira posição, o carrinho já saiu da mão do experimentador.



8.1 Durante o percurso de *subida*, para onde aponta a aceleração? E para onde aponta a soma ou resultante das forças no carrinho?

8.2 No ponto de altura máxima, para onde aponta a aceleração? E para onde aponta a soma ou resultante das forças no carrinho?

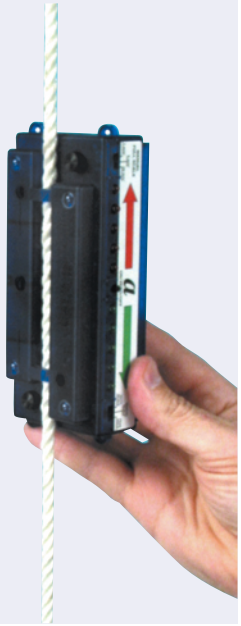
8.3 Que sucederia à velocidade do carrinho se, no ponto de altura máxima, a aceleração fosse nula?

8.4 Durante o percurso de *descida*, para onde aponta a aceleração? E para onde aponta a soma ou resultante das forças no carrinho?

8.5 Durante o intervalo de tempo em que o experimentador está a lançar o carrinho, para onde aponta a aceleração do carrinho? E para onde aponta a soma ou resultante das forças no carrinho?

8.6 Durante o intervalo de tempo em que o experimentador trava o carrinho, após este descer o plano, para onde aponta a aceleração? E para onde aponta a soma ou resultante das forças no carrinho?

9 A foto ao lado mostra o acelerómetro visual, referido nas questões anteriores, parado numa direcção vertical, ligado a um fio sobre o qual pode escorregar.

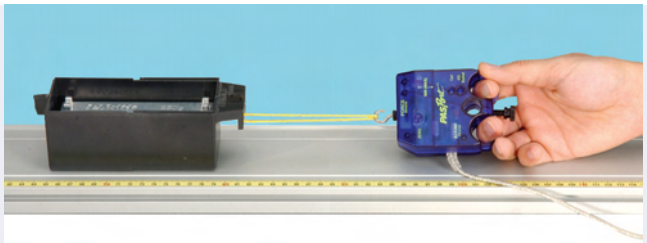


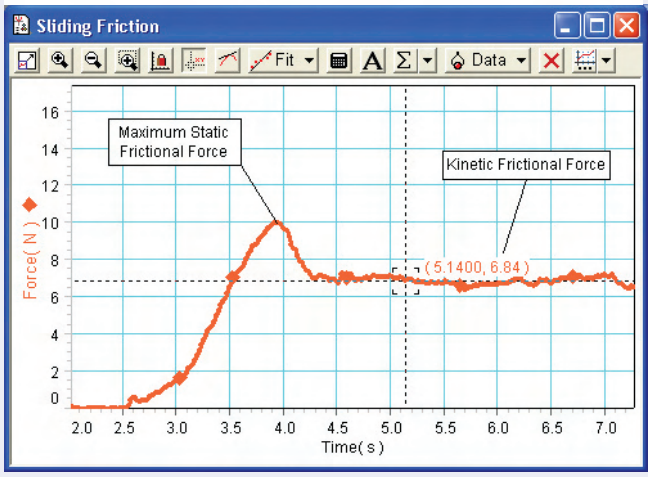
9.1 Na situação da foto, quanto vale a aceleração do acelerómetro? E quanto vale a resultante das forças no acelerómetro?

9.2 Se se largar o acelerómetro, para onde aponta a aceleração? E para onde aponta a resultante das forças no acelerómetro?

9.3 Como varia a aceleração se se lançar o acelerómetro para cima? E como varia a resultante das forças no acelerómetro?

Trabalho realizado por forças





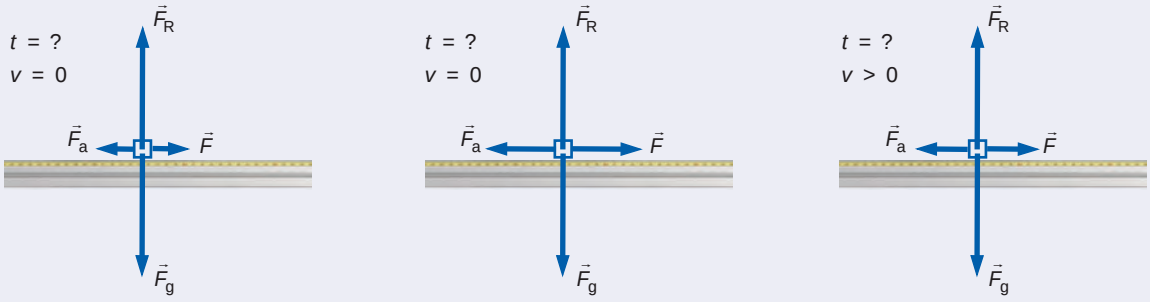
10 A foto ao lado mostra um objecto a ser arrastado pela mão, utilizando um sensor de força.
A força foi exercida lentamente, de tal modo que só ao fim de 4,0 segundos o objecto se moveu, *tendo sido arrastado com velocidade praticamente constante.*
A força de atrito é designada por força de atrito estático quando o objecto está a ser puxado mas não se move.
A força de atrito é designada por força de atrito cinético quando o objecto está em movimento.

10.1 Qual foi a magnitude máxima da força de atrito?

10.2 A força de atrito cinético tem maior, menor ou igual magnitude que a força máxima de atrito estático?

10.3 Qual foi a magnitude média aproximada da força de atrito cinético?

10.4 Observe os esquemas seguintes, que representam as diversas forças no objecto, em diversos instantes. Indique a que instantes pode corresponder cada um dos diagramas. Fundamente a resposta.



10.5 Qual ou quais das forças realizam trabalho nulo? Fundamente a resposta.

10.6 Qual ou quais das forças realizam trabalho positivo? Fundamente a resposta.

10.7 Qual ou quais das forças realizam trabalho negativo? Fundamente a resposta.

10.8 Admita que entre t = 4,5 s e t = 7,0 s o objecto se deslocou 50 cm. Calcule o trabalho de cada uma das forças no objecto.

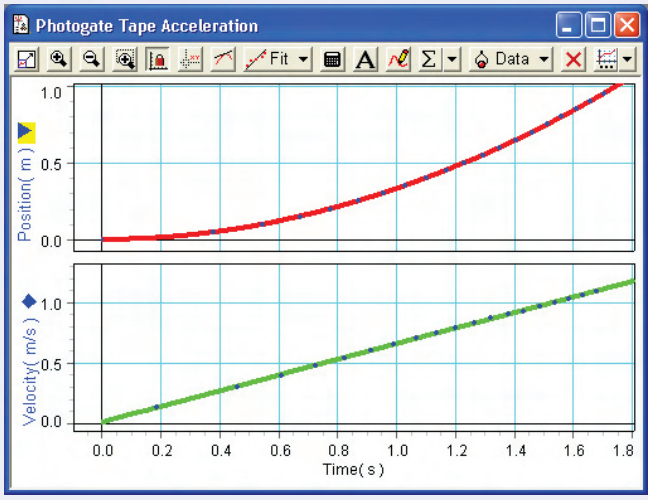
10.9 Nesse intervalo de tempo, qual foi a variação de energia cinética do objecto? Fundamente a resposta.

10.10 Nesse intervalo de tempo, qual foi a variação de energia potencial gravítica do objecto? Fundamente a resposta.

10.11 A resultante das forças no objecto foi sempre praticamente nula, excepto aproximadamente entre t = 4,0 s e t = 4,3 s. Fundamente esta afirmação.

Forças dissipativas e forças conservativas

11 A fotografia e o gráfico ao lado foram obtidos numa experiência que ilustra a conservação da energia mecânica na descida de um carrinho num plano inclinado, utilizando um digitímetro associado a um sistema computacional de aquisição de dados.
A massa do carrinho é de 0,500 kg (pesa 4,90 N). O ângulo que o plano inclinado fazia com a horizontal era de 4º.
O fabricante do equipamento afirma que o carrinho e o plano têm atrito praticamente nulo...



11.1 Esquematize as forças no carrinho, utilizando uma escala adequada e tendo em conta a inclinação de 4º do plano. *Admita que a força de atrito é desprezável.*

11.2 Verifique que a componente da força gravítica na direcção do movimento vale 0,342 N.

11.3 Verifique no gráfico que, em 1,8 s, o carrinho percorreu 1,1 m no plano e atingiu a velocidade de 1,2 m/s.

11.4 Calcule a variação de energia cinética do carrinho.

11.5 Verifique que o trabalho da força gravítica no carrinho vale 0,376 J.

11.7 Qual é o trabalho da força de reacção do plano?

11.8 Compare o trabalho total das várias forças com a variação de energia cinética... Que se pode concluir acerca da afirmação do fabricante de que o atrito do carrinho com o plano era desprezável? Fundamente a resposta.

12 Lança-se uma bola para o ar, na vertical...

12.1 Assim que a bola sai das mãos, para onde aponta a resultante das forças na bola? Porquê?

12.2 À medida que a bola sobe, a força gravítica realiza trabalho positivo ou trabalho negativo? Porquê?

12.3 À medida que a bola sobe, a energia potencial gravítica aumenta ou diminui? Fundamente a resposta.

12.4 No percurso de descida, a força gravítica realiza trabalho positivo ou trabalho negativo? Porquê?

12.5 No percurso de descida, a energia potencial gravítica aumenta ou diminui? Fundamente a resposta.

12.6 Se a resistência do ar for desprezável, qual é a relação entre a energia cinética da bola no instante em que sai da mão e no instante em que regressa?

12.7 Que significa dizer que a força gravítica na bola é uma força conservativa?

12.8 Se a resistência do ar não for desprezável, além da força gravítica há que ter em conta essa força. Porque razão se diz que essa força de resistência do ar não é uma força conservativa?

13 Um desportista "radical" sobe uma parede de escalada...

13.1 Enquanto sobe a parede, a força gravítica realiza trabalho positivo ou trabalho negativo? Porquê?

13.2 Enquanto sobe a parede, a energia potencial gravítica aumenta ou diminui? Fundamente a resposta.

13.3 Se lhe fugir um pé e cair (não há perigo, está seguro pela corda!), que relação há entre a energia cinética que ele teria ao chegar ao ponto de partida, antes de começar a subida, e a energia potencial no ponto em que iniciou a queda?

13.4 Em que condições é válida a resposta à questão anterior?

14 Um "bungee jumper" lança-se do topo de uma grua... Usando um *pouco* de Física, pode-se prever se o salto é ou não feito com segurança.

14.1 Enquanto o saltador cai, que sucede à energia potencial gravítica?

14.2 Enquanto o saltador cai e antes da corda elástica começar a puxar, que sucede à energia cinética do saltador?

14.3 À medida que a corda estica, que sucede à velocidade do saltador? E à sua energia cinética?

14.4 Quando a corda estica, *aumenta/diminui/mantém-se* a energia potencial elástica (risque o que estiver errado).

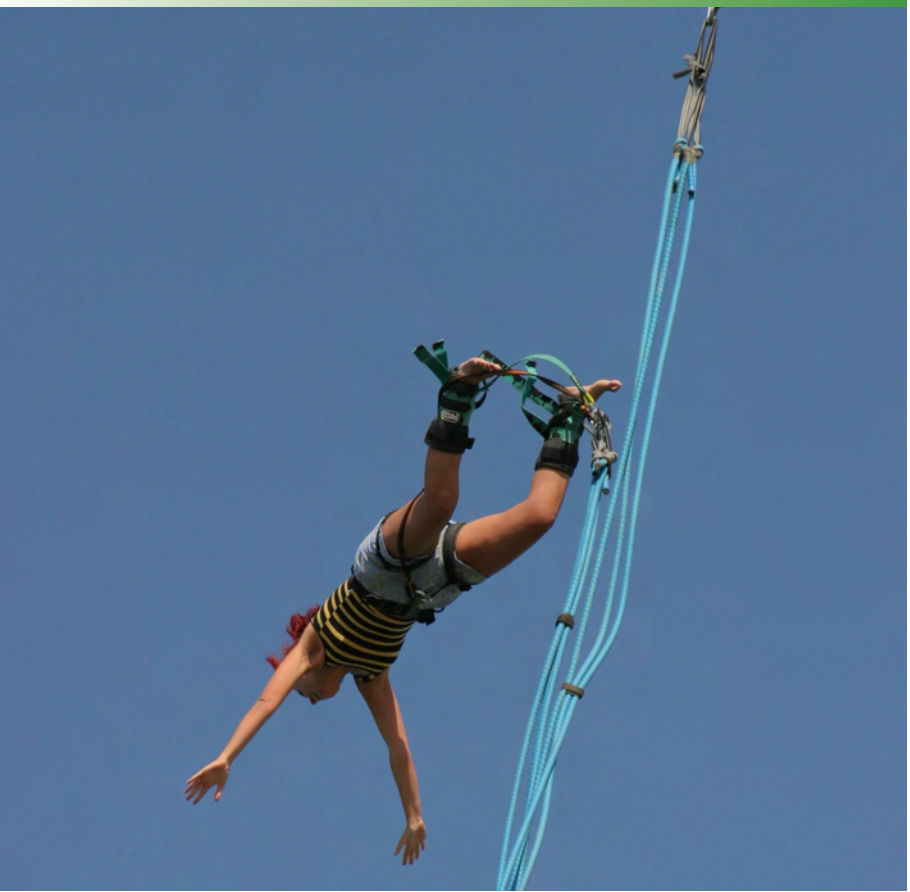
14.5 Fundamente a escrita da seguinte equação:

energia potencial gravítica no ponto mais baixo
\+
energia potencial elástica no ponto mais baixo

\= energia potencial gravítica no topo

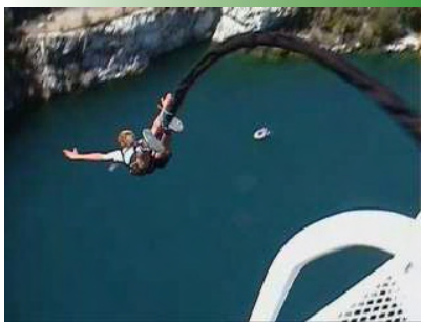
2.2

A energia de sistemas em movimento de translação



Conceitos-chave nesta secção:

- ☐ **queda livre**
  - ☐ aceleração constante
  - ☐ equações do movimento
- ☐ **teorema da energia cinética (lei do trabalho-energia)**
  - ☐ trabalho da soma ou resultante das forças
    - ☐ variação da energia cinética
- ☐ **trabalho da força gravítica**
  - ☐ desnível
  - ☐ independência do caminho percorrido
- ☐ **definição de variação de energia potencial**
  - ☐ simétrico do trabalho da força gravítica
- ☐ **dissipação da energia mecânica**
  - ☐ energia dissipada
    - ☐ variação de energia mecânica



Equações do movimento com aceleração constante: o caso da queda livre

Galileu, no século XVII, foi o primeiro cientista a conseguir formular o **modelo matemático da distância percorrida por um objecto em queda livre**, quando a resistência do ar é desprezável. Na realidade, como a queda livre é muito rápida, Galileu apenas conseguiu investigar o movimento em planos inclinados. E, como uma queda vertical pode ser considerada um movimento num plano inclinado a 90º... extrapolou as suas conclusões. E estava certo.

Na página ao lado está o resultado da utilização do modelo obtido por Galileu para uma queda de 45 m de altura (um pouco menos que a altura da célebre torre de Pisa onde, de acordo com a tradição, consta que Galileu fazia experiências deixando cair corpos do cimo da torre).

A velocidade do objecto aumenta 10 metros por segundo em cada segundo. Esta variação da velocidade é constante. Quer dizer: **a aceleração da queda livre é constante** e a sua magnitude é de 10 m/s por cada segundo, isto é:

$$a = 10\,\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = 10\,\frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10\ \text{m/s}^2$$

Como a aceleração é sempre a mesma, diz-se que o movimento de queda livre é **uniformemente acelerado**, ou seja, a velocidade aumenta de modo uniforme com o tempo (por outras palavras, aumenta proporcionalmente ao tempo). Se efectuássemos medições mais precisas da aceleração da queda livre, obteríamos o valor 9,8 m/s^2. No entanto, utilizaremos 10 m/s^2 sempre que não seja exigida grande precisão. A **aceleração da gravidade** representa-se por g.

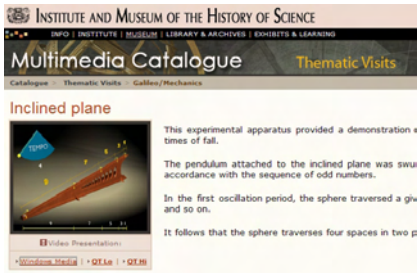
Num movimento uniformemente acelerado, iniciado a partir do repouso, a magnitude da **velocidade**, v, em cada instante t, é dado pela equação

$$v = a\,t \quad \text{(ou por } v = g\,t \text{ na queda livre, porque } a = g\text{)}$$

e a **distância percorrida**, d, pela equação

$$d = \frac{1}{2}a\,t^2 \qquad \text{(ou por } d = \frac{1}{2}g\,t^2 \text{ na queda livre)}$$

Representando d e v em função do tempo, durante 3 segundos, obtêm-se os gráficos da página ao lado. Note-se que a velocidade v é directamente proporcional ao tempo decorrido mas a distância d é proporcional ao quadrado do tempo.



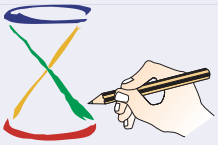
http://brunelleschi.imss.fi.it/museum/esim.asp?c=500011
Visite o museu de História da Ciência em Florença e conheça as ideias e experiências de Galileu.

Torre de Pisa: a sua inclinação (devida a um problema de movimento de terras), facilita a investigação da queda dos corpos...

Diz-se que uma grandeza d é proporcional ao quadrado de outra, t, se:

- quando t aumenta 2 vezes, d aumenta $2^2 = 4$ vezes;
- quando t aumenta 3 vezes, d aumenta $3^2 = 9$ vezes;
- quando t aumenta 4 vezes, d aumenta $4^2 = 16$ vezes;
- etc.

OK Necessito de rever esta página... Necessito de apoio para compreender esta página...



A figura abaixo ilustra o modelo matemático da queda livre (resistência do ar desprezável), descoberto por Galileu, para um objecto que é deixado cair da altura de 45 m.

1 Qual é a distância percorrida pelo objecto no primeiro segundo?

2 Entre o instante em que inicia o movimento e o primeiro segundo, quanto varia a velocidade?

3 Em cada segundo, quanto varia a velocidade?

4 Qual é a magnitude da aceleração? Para onde aponta?

5 Utilize a equação da distância percorrida para verificar que entre 0,0 s e 0,5 s o corpo percorre 1,25 m.

6 Utilize a equação da distância percorrida para verificar que entre 0,0 s e 2,5 s o corpo percorre 31,25 m.

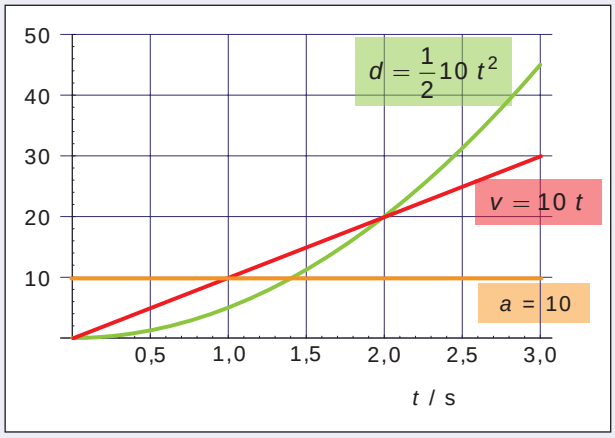
7 Complete os valores de *d*, *v* e *a*, de segundo a segundo, para uma queda que demore 6,0 s a atingir o solo. Qual é a altura da queda?

(Já reparou que a distância percorrida, a velocidade em cada instante e a aceleração da queda livre não dependem da massa do objecto...?)

t = 0,0 s d = 0 m v = 0 m/s a = 10 (m/s)/s

t = 1,0 s d = 5 m v = 10 m/s a = 10 (m/s)/s

t = 2,0 s d = 20 m v = 20 m/s a = 10 (m/s)/s



t = 3,0 s d = 45 m v = 30 m/s a = 10 (m/s)/s

$d = \frac{1}{2} g\, t^2$

$d = \frac{1}{2} 10\, t^2$

$v = g\, t$

$v = 10\, t$

Teorema da energia cinética (ou lei do trabalho-energia)

As grandezas trabalho de uma força e energia cinética foram definidas de tal modo que o trabalho da resultante das forças é sempre igual à variação da energia cinética. Na figura em baixo mostra-se como se pode fazer esta dedução.

Assim, podemos escrever a igualdade (conhecida como **teorema da energia cinética** ou **lei do trabalho-energia**):

$$W_{res} = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

onde W_{res} representa o trabalho da resultante das forças numa partícula de massa m que passa da velocidade inicial v_i para a velocidade final v_f.

Teorema da energia cinética:

O trabalho da resultante das forças numa partícula é igual à variação da energia cinética da partícula.

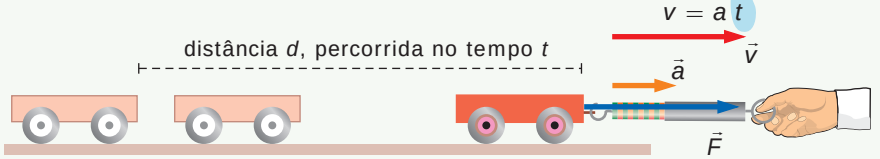
Por exemplo, se o trabalho da resultante das forças numa partícula for 10 J, a energia cinética da partícula varia exactamente 10 J.

Equações do movimento uniformemente acelerado...

$$d = \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = a t$$

logo t = ...



velocidade inicial = 0 m/s

força constante, aceleração constante

(as restantes forças no carrinho estão equilibradas: força de reacção do plano, para cima, equilibra a força gravítica, para baixo)

$$d = \frac{1}{2} a t^2$$

substituindo t...

$$t = \frac{v}{a}$$

$$d = \frac{1}{2} a \left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{1}{2} a \frac{v^2}{a^2} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{a}$$

Esta equação também permite calcular a distância d percorrida no tempo t...

$$W = F \times d$$

Equação que permite calcular o trabalho da força...

substituindo...

$$= m \times a \times d$$

$$= m \times a \times \left(\frac{1}{2} \frac{v^2}{a}\right)$$

simplificando...

$$= m \times \left(\frac{1}{2} v^2\right)$$

Equação que relaciona o trabalho da força com a variação da energia cinética

$$W = \frac{1}{2} m v^2$$

Trabalho realizado pela força gravítica e variação de energia cinética

Vejamos um exemplo de aplicação do teorema da energia cinética. Consideremos uma partícula que cai de uma altura h, sendo desprezável a resistência do ar. Qual é a velocidade com que atinge o solo?

O teorema da energia cinética diz-nos que

$$W_{res} = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

Se a velocidade inicial da partícula for nula, esta equação pode ser simplificada para

$$W_{res} = \frac{1}{2} m v^2 - 0 = \frac{1}{2} m v^2$$

onde v representa a velocidade final com que a partícula atinge o solo.

Como a única força que se exerce na partícula é a força gravítica, **o trabalho da resultante das forças é igual ao trabalho da força gravítica**, cuja magnitude vale, de acordo com a lei fundamental do movimento, $m\ a = m\ g$ (porque a aceleração é constante e igual a g):

$$W_{res} = F \times d = m\ g \times h$$

Portanto,

$$m\ g\ h = \frac{1}{2} m v^2$$

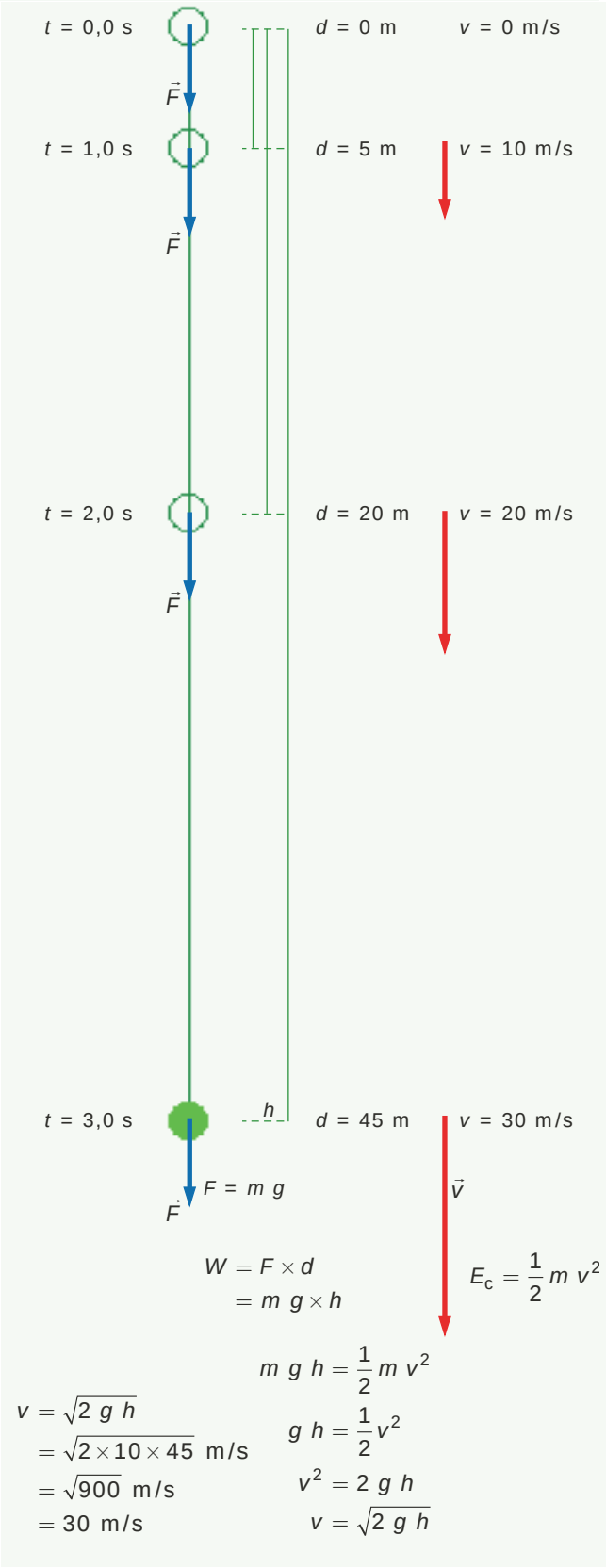
Simplificando e resolvendo em ordem à velocidade v, vem:

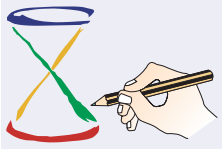
$$g\ h = \frac{1}{2} v^2$$

$$2\ g\ h = v^2$$

$$v = \sqrt{2\ g\ h}$$

Esta última equação permite **calcular a velocidade com que uma partícula atinge o solo,** conhecendo apenas a *altura* a que foi deixada cair (se a resistência do ar for desprezável).





1. Qual é a velocidade com que um vaso de flores de 3,0 kg que cai de uma janela de 25 m de altura atinge o solo? E qual é a energia cinética do vaso? Com que velocidade?
2. E se o vaso estiver ao dobro da altura, com que velocidade e energia cinética atinge o solo?
3. E se o vaso estiver ao triplo da altura?

O trabalho da força gravítica depende apenas do desnível...

Vejamos agora uma propriedade relevante da força gravítica, que é comum a todas as forças conservativas.

Consideremos uma partícula a descer planos com diversas inclinações mas em que são iguais as *diferenças de altura* entre a posição inicial e a posição final (**desnível**), como se ilustra na figura abaixo em que o desnível é representado por *h*.

Quando a partícula cai ao longo do plano AB, o trabalho da força gravítica é dado por

$$W = m\,g\,h$$

como se mostra na figura.

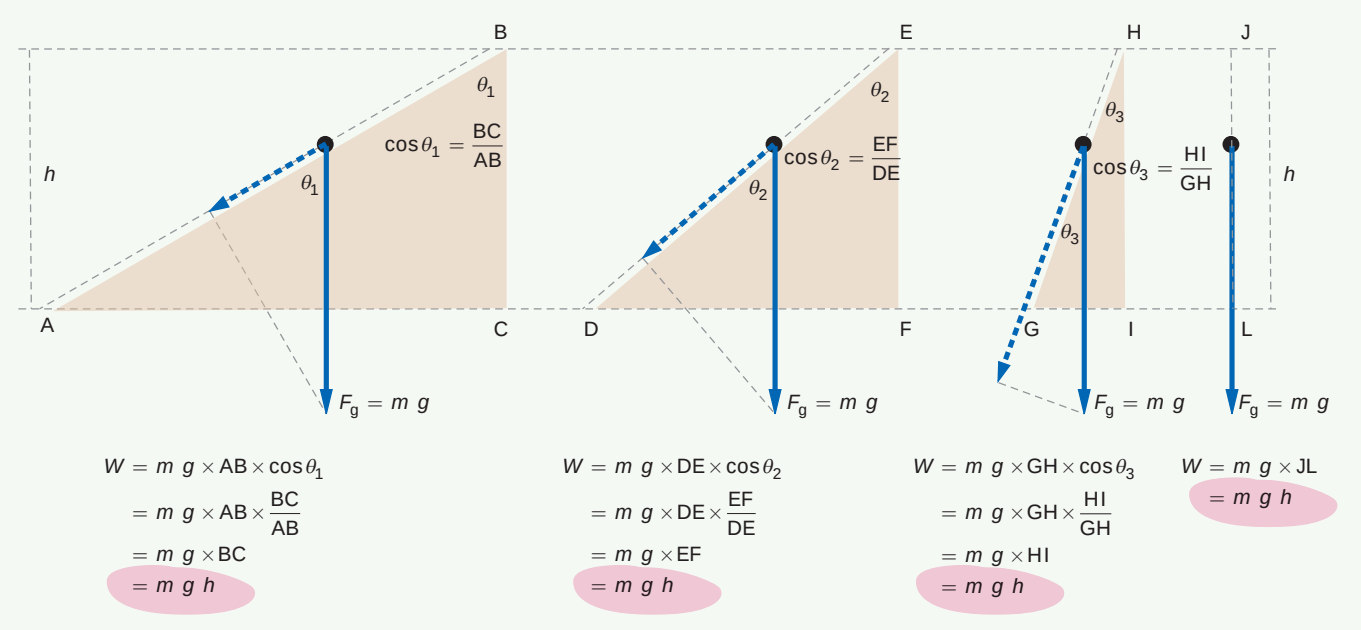
Mas igual valor se obtém se a partícula cair no plano DE, mais inclinado, ou no plano GH, ainda mais inclinado.

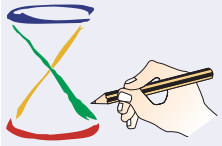
E se cair na vertical, o trabalho da força gravítica é, ainda,

$$W = m\,g\,h$$

Quer dizer, qualquer que seja a inclinação do plano, **o trabalho da força gravítica apenas depende do desnível** *h* e, evidentemente, da massa do corpo.

O trabalho da força gravítica no movimento do carrinho entre dois pontos da montanha russa, a diferentes alturas, depende apenas do desnível entre esses dois pontos.





1. Na figura acima, admita que m = 0,50 kg e que h = 1,0 m. Verifique que o trabalho força gravítica vale 5,0 J.
2. Os ângulos da figura acima valem, respectivamente, 30º, 45º e 70º. Calcule as distâncias AB, DE e GH.
3. Calcule o trabalho da força gravítica em cada um dos casos multiplicando a magnitude da componente da força gravítica na direcção do movimento pela distância percorrida no plano.

Energia potencial gravítica e trabalho da força gravítica: a força gravítica como força conservativa

Já na Unidade 0 se recordou e se fizeram cálculos acerca da energia potencial gravítica. Estamos agora em condições de definir com rigor o significado de energia potencial gravítica...

A energia potencial gravítica está associada ao trabalho da força gravítica. À medida que um corpo cai, a força gravítica realiza trabalho e a energia cinética do corpo aumenta. Como, por definição, a energia é uma grandeza que se conserva, se a energia cinética aumenta, outra forma de energia tem de diminuir... Assim, tem-se, *por **definição***, que **a variação da energia potencial gravítica é simétrica do trabalho da força gravítica**:

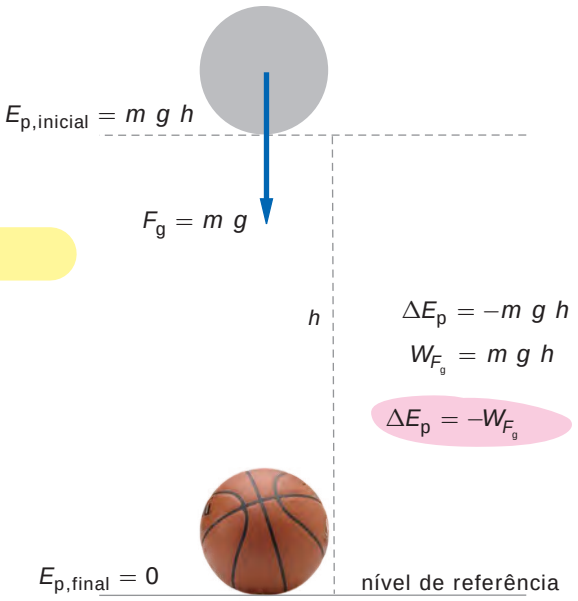
$$\Delta E_p = -W_{F_g}$$

Por exemplo, na queda de um objecto da altura h o trabalho da força gravítica vale

$$W_{F_g} = m\ g\ h$$

e a variação da energia potencial vale

$$\Delta E_p = -m\ g\ h$$



A variação da energia potencial gravítica, ΔE_p, é igual ao simétrico do trabalho da força gravítica.

A **variação negativa** da energia potencial gravítica, na queda de um corpo, significa que **a energia potencial diminui**, como já sabemos.

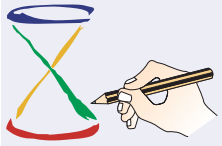
É por causa do trabalho da força gravítica provocar variações de energia, *conservando a energia mecânica*, que se diz que **a força gravítica é uma força conservativa**.

Note-se que o que se calcula é a variação da energia potencial, não a energia potencial... De facto, a energia potencial gravítica no solo não é nula... porque continua a haver força gravítica (só que equilibrada pela força de reacção do solo).

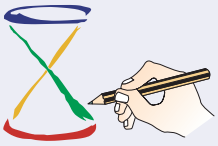
Para simplificar, é usual considerar que o solo é um **nível de referência** para a energia potencial gravítica. Se considerarmos que **ao nível do solo a energia potencial gravítica é nula**, então podemos escrever que a energia potencial à altura h vale $m\ g\ h$ (ver dedução ao lado):

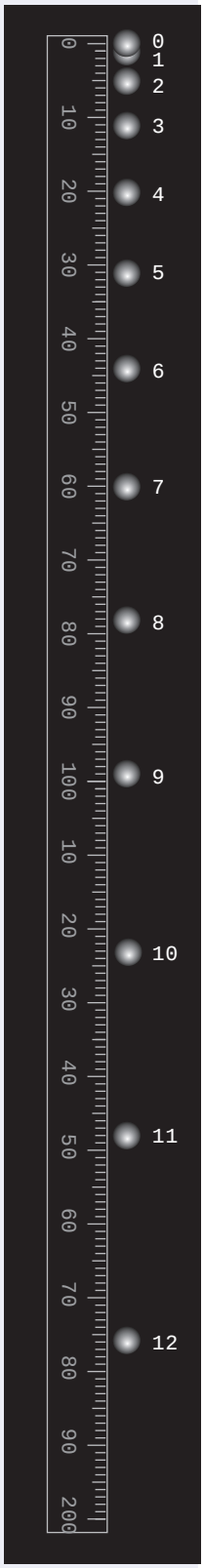
$$E_p = m\ g\ h$$

$$\Delta E_p = E_{p,final} - E_{p,inicial}$$
$$-m\ g\ h = 0 - E_{p,inicial}$$
$$m\ g\ h = E_{p,inicial}$$
$$E_{p,inicial} = m\ g\ h$$
$$E_p = m\ g\ h$$



1. Qual é a definição, rigorosa, de variação de energia potencial gravítica?
2. Qual é a variação da energia potencial gravítica de um pára-quedista de 70 kg que é lançado a 1500 m, até atingir o solo?
3. A energia potencial gravítica do pára-quedista vai transformar-se totalmente em energia cinética? Fundamente a resposta.





O esquema ao lado mostra um esquema da queda de uma pequena esfera de m = 0,10 kg. O intervalo de tempo entre cada registo é de 1/20 s.

1 Complete a tabela seguinte, referente à distância percorrida pela esfera, tendo em conta que $d = 1/2\ g\ t^2$, sendo g a aceleração da gravidade (9,8 m/s^2).

imagem	tempo t decorrido desde a 1.ª imagem, em s	distância percorrida d, em m
0	0	0,00
1	1/20 = 0,05	0,01
2	2/20 = 0,10	0,05
3	3/20 = 0,15	0,11
4	4/20 = 0,20	0,20
5	/20 = 0,25	0,31
6	6/20 = 0,30	
7	7/20 = 0,35	0,60
8	8/20 = 0,40	0,78
9	9/20 =	0,99
10	/20 =	1,23
11	11/20 =	
12	12/20 =	1,76

2 Faça um gráfico da distância d em função de t.

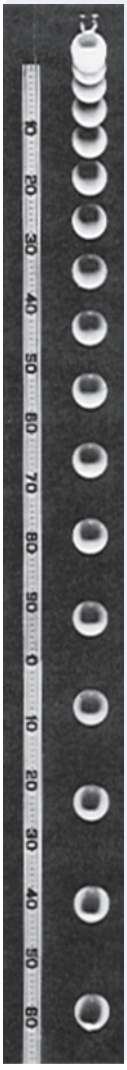
3 Tendo em conta que a magnitude da velocidade da esfera pode ser calculada pela função $v = g\ t$, construa uma tabela com a velocidade da esfera de 0,10 s em 0,10 s, durante o intervalo de tempo representado na tabela anterior.

4 Faça um gráfico da velocidade v em função de t.

5 Qual é a variação de energia cinética da esfera entre a imagem 0 e a imagem 12?

6 Qual é a variação de energia potencial da esfera entre a imagem 0 e a imagem 12?

7 Qual é a relação entre os valores obtidos nas duas questões anteriores? Que "sentido" faz essa relação?



Observe a foto estroboscópica à esquerda. Entre cada imagem decorreu 1/30 do segundo. A régua está marcada em cm. Admita que a esfera tem massa m = 0,10 kg.

8 Qual é a distância percorrida na queda, até à posição onde está a última imagem?

9 Qual é o trabalho da força gravítica entre a primeira e a última imagem?

10 Qual é a variação de energia potencial da esfera entre a primeira e a última imagem?

11 Qual deve ser a energia cinética da esfera na posição correspondente à última imagem? Fundamente a resposta.

12 Qual deve ser a velocidade da esfera na posição correspondente à última imagem? Fundamente a resposta.

13 Estime a velocidade na esfera entre a penúltima e a última imagem, medindo, na foto, a distância percorrida e tendo em conta que o intervalo de tempo entre duas imagens sucessivas é 1/30 do segundo.

14 Compare os resultados obtidos para a velocidade, pelos dois processos, nas duas questões anteriores. Que pode concluir? Fazem "sentido" esses resultados? Fundamente a resposta.

15 É absolutamente necessário conhecer a massa da esfera para determinar a velocidade na última imagem? Fundamente a resposta.

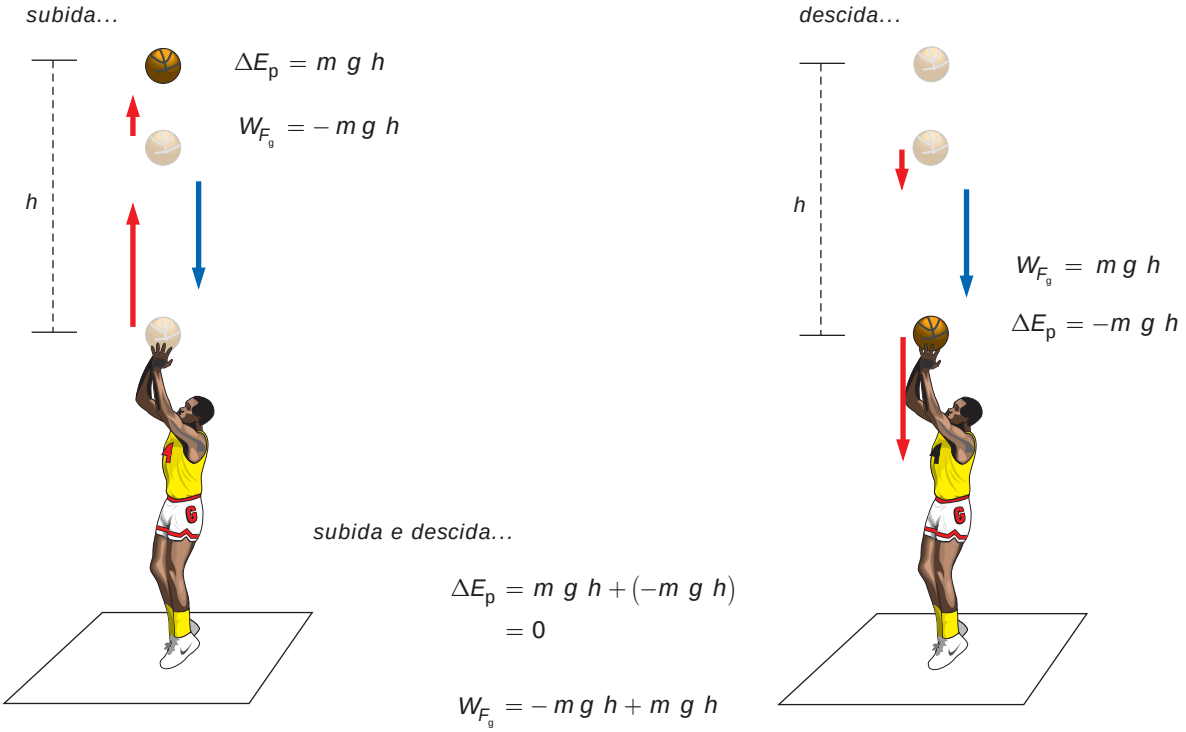
Subir e descer: quanto vale o trabalho da força gravítica? E a variação de energia potencial?

Vejamos uma outra propriedade relevante das forças conservativas: **o trabalho da força gravítica é nulo, tal como a variação da energia potencial gravítica, num percurso "fechado" (quer dizer, um percurso em que o ponto de partida é o mesmo do ponto de chegada),**

Quando uma partícula é lançada até à altura h, o trabalho da força gravítica vale $-m\ g\ h$ e, quando a partícula regressa ao ponto de partida, o trabalho da força gravítica vale $m\ g\ h$. Ou seja, o trabalho total da força gravítica na subida e na descida é nulo.

De modo semelhante, na subida a variação da energia potencial é $m\ g\ h$ e na descida a variação é $-m\ g\ h$. Portanto, a variação da energia potencial na subida e na descida é também nula.

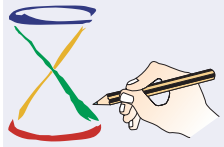
Este facto é válido qualquer que seja o percurso, rectilíneo ou não rectilíneo: o trabalho total da força gravítica (e, por consequência, a variação de energia potencial) apenas depende do ponto de partida e do ponto de chegada, não da trajectória.



subida e descida...

$$\Delta E_p = m\ g\ h + (-m\ g\ h) = 0$$

$$W_{F_g} = -m\ g\ h + m\ g\ h = 0$$



1 Uma pessoa sobe do r/c ao 5.º andar pelas escadas. Se subir pelo elevador, o trabalho da força gravítica na pessoa é maior, menor ou igual ao trabalho da força gravítica se subir pelas escadas?

2 Uma bola desce num *tubo em espiral*, caindo *exactamente onde cairia se tivesse caído verticalmente*. Que relação de grandeza há entre o trabalho da força gravítica num tipo de queda e no outro? Fundamente a resposta

Conservação e não conservação da energia mecânica: como calcular a energia dissipada

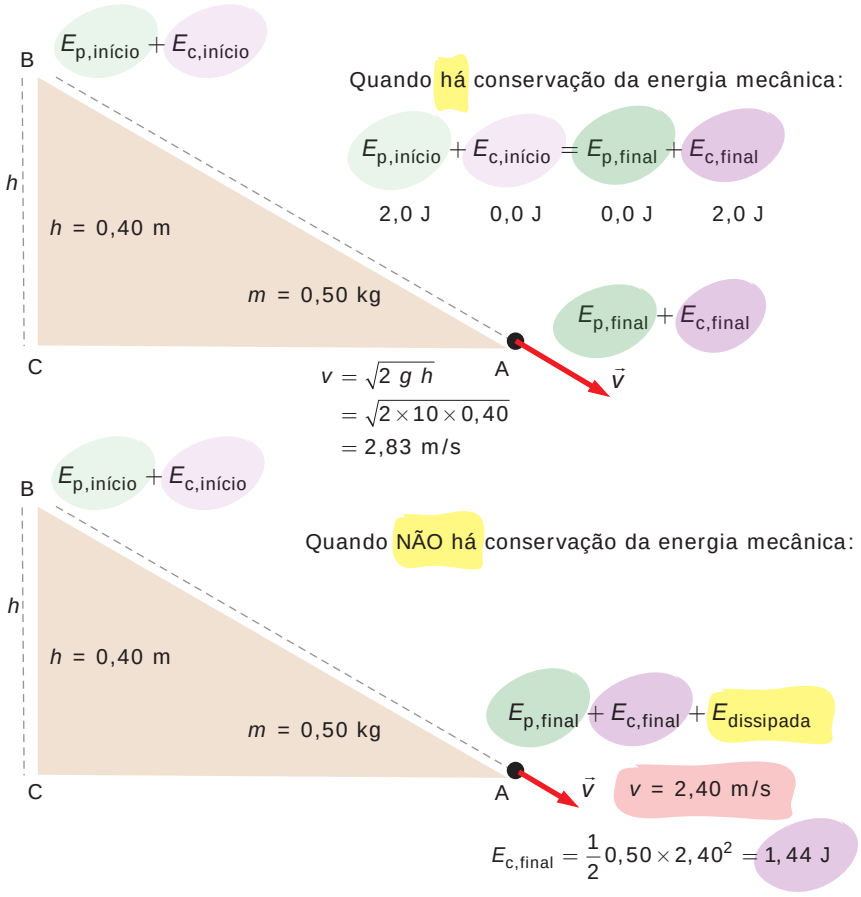
A energia é uma grandeza física que, por definição, se mantém constante. Quer dizer: o seu valor conserva-se. Mas não podemos confundir energia mecânica com energia. A energia mecânica (energia cinética + energia potencial) apenas é conservada quando não há forças dissipativas, como as forças de atrito e as forças de resistência do ar. Vejamos o exemplo esquematizado nesta página.

Consideremos que a linha CA define o nível 0 de referência para a energia potencial. Assim, se uma partícula for de B até A, e as forças dissipativas forem nulas ou desprezáveis, a energia mecânica final no ponto A é igual à energia mecânica inicial no ponto B.

Por exemplo, se a altura h for 0,40 m e a massa da partícula for 0,50 kg, a energia potencial em B seria 0,50 × 10 × 0,40 = 2,0 J. Assim, no início, a energia mecânica total seria 2,0 J + 0,0 J = 2,0 J, admitindo que ela partia do repouso (portanto, com energia cinética nula).

No final, em A, a energia mecânica seria igual: 0,0 J de energia potencial e 2,0 J de energia cinética.

E se houver **forças dissipativas não desprezáveis**? Neste caso, a conservação da energia implica que a energia mecânica inicial seja igual à energia mecânica final mais a energia dissipada. Esta **energia dissipada** pode, pois, ser facilmente **calculada através da diferença entre a energia mecânica final e a energia mecânica inicial**, como se exemplifica na figura, *desde que se conheça a velocidade final da partícula* quando atinge o ponto A (que, neste exemplo, admitimos ser 2,40 m/s).

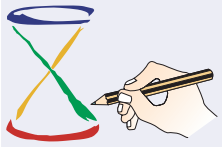


$$E_{p,início} + E_{c,início} = E_{p,final} + E_{c,final} + E_{dissipada}$$

2,0 J 0,0 J 0,0 J 1,44 J $E_{dissipada}$

$$2,0 + 0,0 = 0,0 + 1,44 + E_{dissipada}$$
$$2,0 = 1,44 + E_{dissipada}$$
$$2,0 - 1,44 = E_{dissipada}$$
$$E_{dissipada} = 2,0 - 1,44$$
$$= 0,56 \text{ J}$$

$E_{dissipada}$ = Energia mecânica inicial − Energia mecânica final



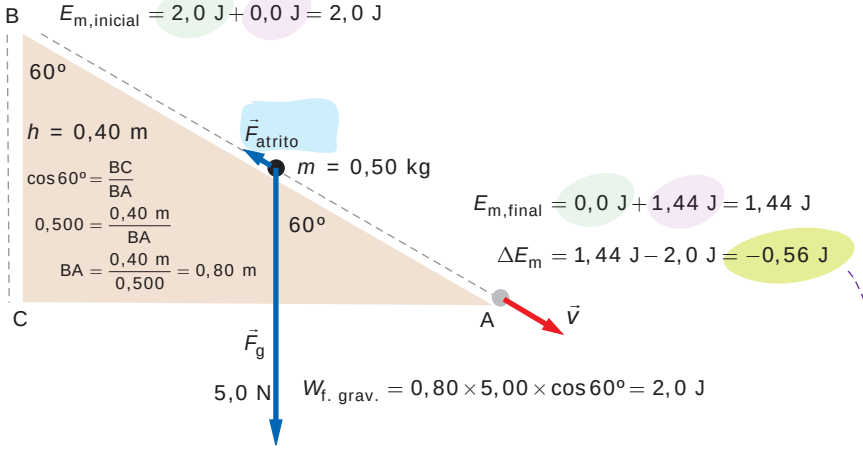
1. Verifique que a variação de energia potencial no exemplo da figura acima é 2,0 J.
2. Verifique a variação de energia cinética no exemplo da figura acima é 2,0 J, quando há conservação de energia mecânica, e 1,44 J quando não há conservação de energia mecânica.
3. Qual seria o valor da energia dissipada por atrito se a velocidade no fim do plano inclinado fosse 2,50 m/s?

Como calcular o trabalho das forças dissipativas?

Na página anterior, concluímos que a energia dissipada é a diferença entre a energia mecânica inicial e a energia mecânica final. Na continuação do exemplo anterior, o esquema abaixo mostra que **o trabalho das forças dissipativas também pode ser calculado a partir da energia mecânica: é,** precisamente, **igual à variação da energia mecânica.**

Assim, se no movimento ao longo do plano inclinado, a energia mecânica variou -0,56 J (diminuiu...), podemos concluir que o trabalho das forças dissipativas foi -0,56 J.

E, conhecendo o trabalho das forças dissipativas, pode calcular-se a magnitude dessas forças, como também se exemplifica nesta página. Para o caso em estudo, a magnitude da força de atrito é 0,70 N. Foi esta força dissipativa (ou força não conservativa) a força responsável pela diminuição da energia mecânica da partícula.



$W_{\sum \vec{F}} = \Delta E_c$

Pela lei do trabalho-energia, o trabalho da resultante das forças é igual à variação da energia cinética...

$W_{f.\ grav.} + W_{f.\ dissip.} = \Delta E_c$

Como o trabalho da resultante das forças é a soma do trabalho de todas as forças (conservativas e dissipativas)...

$W_{f.\ grav.} = -\Delta E_p$

Mas, por definição, o trabalho da força gravítica (força conservativa) é simétrico da variação da energia potencial...

Substituindo...

$-\Delta E_p + W_{f.\ dissip.} = \Delta E_c$

Resolvendo em ordem ao trabalho das forças dissipativas...

$W_{f.\ dissip.} = \Delta E_c + \Delta E_p$
$= \Delta E_m$

$$W_{f.\ dissip.} = \Delta E_m$$

Concluindo: o trabalho das forças dissipativas é igual à variação da energia mecânica

$W_{f.\ dissip.} = -0,56\ J$

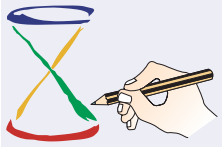
E se a força de atrito for a única força dissipativa, tem-se...

$W_{f.\ dissip.} = -0,80 \times F_{atrito}$

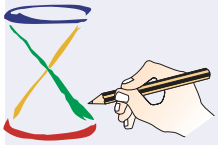
Substituindo e resolvendo, pode calcular-se a força de atrito...

$-0,56 = -0,80 \times F_{atrito}$

$F_{atrito} = \frac{0,56}{0,80}$
$= 0,70\ N$

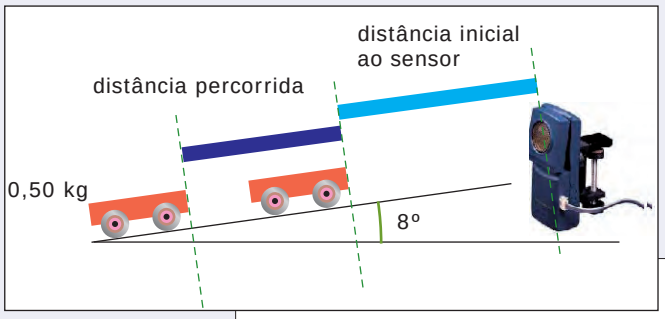


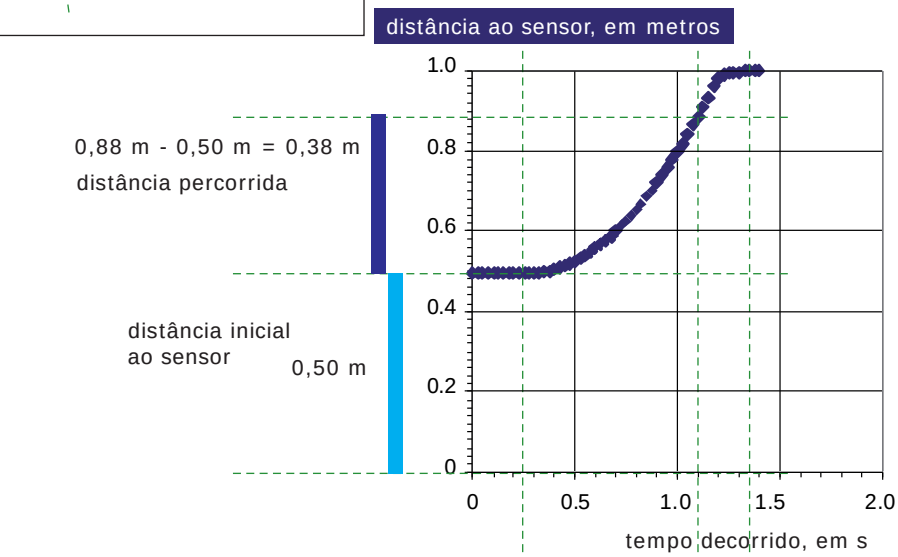
1. A velocidade no final do plano inclinado poderia ser igual a 3,2 m/s? Fundamente a resposta.
2. Quanto vale o trabalho das forças dissipativas se a variação de energia mecânica for nula?
3. Se o objecto que cai no plano inclinado for uma bola, além de movimento de translação também poderá ter movimento de rotação. Logo, à medida que cai, aumenta a energia cinética de translação e aumenta a energia cinética de rotação. Que relação se pode estabelecer entre a energia potencial gravítica no início e as energias cinéticas no final do plano?

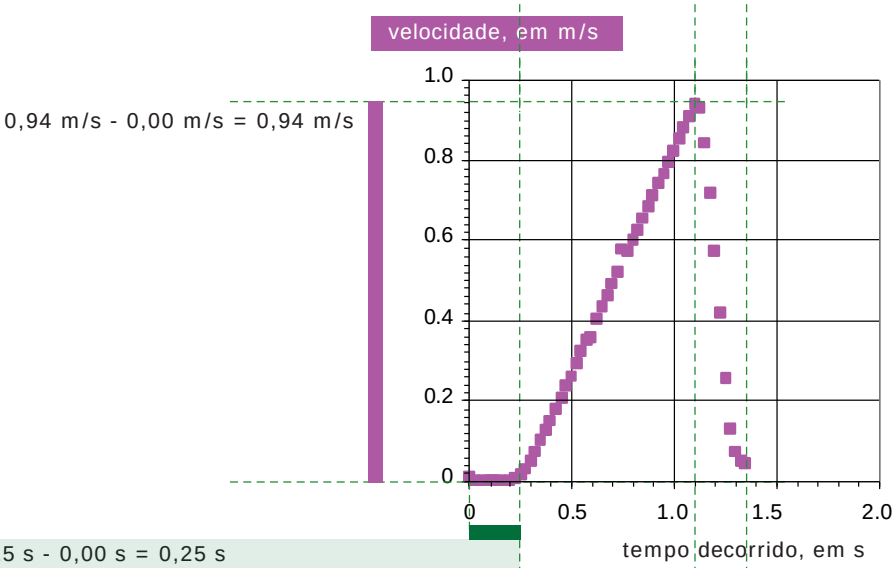


Um grupo de alunos obteve os dados abaixo representados para o movimento de um carrinho de 0,500 kg (4,90 N de peso) num plano inclinado a 8º.

Antes de começar a responder às questões na página ao lado, analise com atenção o **esquema** da experiência bem como os **gráficos** e o **diagrama de forças**, com os respectivos cálculos. Note-se que não se conhece a magnitude da força de atrito...







0,25 s - 0,00 s = 0,25 s
tempo durante o qual o carrinho esteve parado, após se ligar o sensor de movimento

1,10 s - 0,25 s = 0,85 s
tempo durante o qual o carrinho desceu livremente o plano

1,35 s - 1,10 s = 0,25 s
tempo decorrido durante a travagem brusca na base do plano (o carrinho foi parado com as mãos)

OK Necessito de rever esta página... Necessito de apoio para compreender esta página...

1 Em qualquer dos gráficos, quanto vale a **menor divisão** no **eixo do tempo**?

2 No gráfico da distância ao sensor, quanto vale a **menor divisão** no **eixo da distância**?

3 No gráfico da velocidade, quanto vale a **menor divisão** no **eixo da velocidade**?

4 A que distância se encontrava **inicialmente** o carrinho do sensor de movimento?

5 O gráfico da velocidade permite determinar que o carrinho esteve **parado** após o sensor começar a adquirir dados. Durante **quanto tempo**?

6 O gráfico da velocidade permite determinar que o carrinho **desceu livremente** o plano durante 0,85 s. Fundamente este valor.

7 Qual foi a distância percorrida pelo carrinho durante os 0,85 s em que desceu livremente o **plano**?

8 Qual é a magnitude da **força gravítica** no carrinho?

9 Qual é a magnitude da **força normal**? E quanto vale o **trabalho** desta força?

As questões seguintes referem-se apenas ao percurso que decorreu durante os 0,85 s em que o carrinho desceu livremente o plano.

10 Verifique que o **trabalho da força gravítica** vale 0,259 J.

11 Verifique que o **variação de energia cinética** foi de 0,221 J.

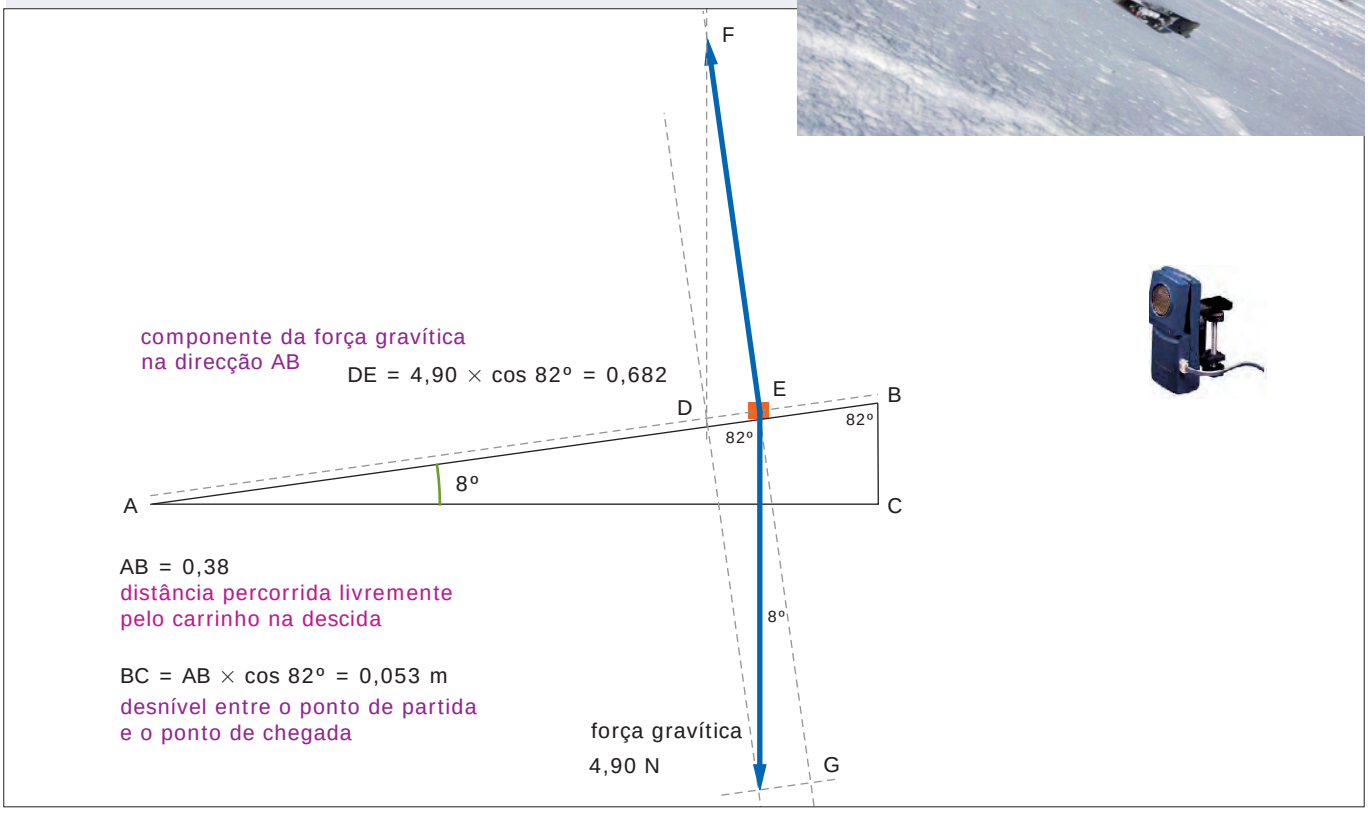
12 Qual foi o **desnível** entre a posição inicial e a posição final do carrinho **enquanto desceu livremente** o plano?

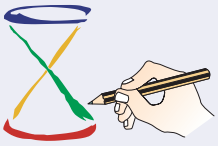
13 Verifique que a **variação de energia potencial** do carrinho foi de 0,260 J.

14 Que pode concluir acerca do **trabalho da força de atrito**? **Fundamente** a resposta.

A energia cinética que se adquire ao descer um plano inclinado é igual à energia potencial no topo do plano, se não houver forças de atrito. Havendo forças de atrito, a energia cinética é menor que a energia potencial inicial: parte da energia potencial foi dissipada pelas forças de atrito. Se o desnível entre o ponto de partida e o ponto de chegada for de 50 m, que velocidade máxima poderá atingir o *toboggan*?

Será possível a um esquiador, ao descer uma encosta, adquirir energia cinética superior à energia potencial que tinha no cimo da encosta? Porquê?





Era uma vez uma gota de chuva... que iniciou a sua queda à altura de 1000 m. A figura em baixo mostra graficamente a "história" dessa gota de chuva, a partir de um modelo matemático construído com valores plausíveis: massa da gota 2 g = 0,002 kg e velocidade máxima da gota igual a 5 m/s. Considera-se que o solo define o nível de referência 0 para a energia potencial.

1 Confirme, através de cálculos adequados, que a **energia mecânica inicial** da gota era 20 J.

2 Confirme, através de cálculos adequados, que a **energia mecânica final** da gota era 0,025 J.

3 Confirme, através de cálculos adequados, qual foi a **energia dissipada** na queda.

4 Utilize o gráfico da velocidade em função do tempo decorrido desde o início da queda para estimar **quanto tempo demorou a gota a atingir a velocidade máxima**.

5 Se a gota faz quase todo o percurso de 1000 m com velocidade constante de 5 m/s, **quanto tempo demora a atingir o solo**?

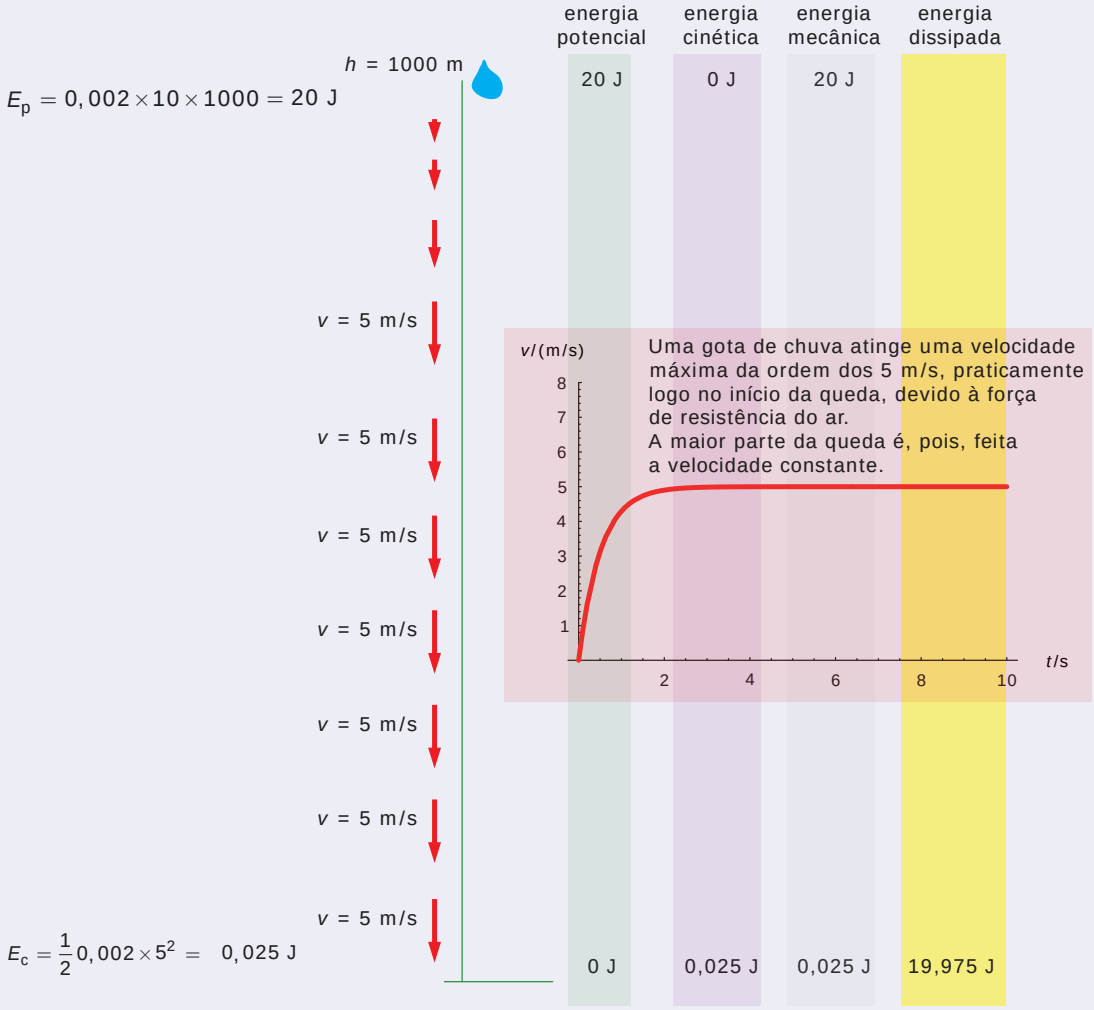
6 Quanto vale a magnitude da **aceleração** da gota a partir do instante em que atinge a velocidade máxima?

7 Para onde aponta a **aceleração inicial** da gota? E **como varia** a magnitude da aceleração da gota entre o início do movimento e o instante em que atinge a velocidade máxima?

8 Para onde aponta a **resultante das forças** na gota até esta atingir a velocidade máxima? E **como varia** a magnitude da resultante até esse instante?

9 Se não existisse resistência do ar, a gota de chuva demoraria 14,1 s a atingir o solo. Confirme este valor utilizando a equação que relaciona a **distância percorrida** d e o tempo t para um objecto com aceleração constante igual à aceleração da gravidade (g = 10 m/s^2).

10 *Se não existisse resistência do ar*, com que **velocidade** a gota atingiria o solo? (Confirme que ainda bem que há resistência do ar, senão andar à chuva era mesmo muito difícil...)



OK Necessito de rever esta página... Necessito de apoio para compreender esta página...

Nesta página apresentam-se diversos gráficos referentes ao movimento vertical de um pára-quedista de 70 kg, que é lançado de 2000 m de altura e que, num certo instante, abre o pára-quedas. O modelo utiliza dados plausíveis: velocidade máxima antes de abrir o pára-quedas igual a 50 m/s e igual a 5 m/s depois de abrir o pára-quedas.

1 Confirme, através de cálculos adequados, que a **energia mecânica inicial** do pára-quedista era 14×10^5 J.

2 Confirme, através de cálculos adequados, que a **energia mecânica final** foi de 875 J = $0{,}00875 \times 10^5$ J.

3 Quase toda a energia mecânica inicial do pára-quedista foi dissipada (felizmente...) devido à força da resistência do ar, primeiro apenas no pára-quedista e depois também no pára-quedas. Confirme, através de cálculos adequados, qual foi a **energia dissipada** na queda.

4 Utilize o gráfico da velocidade em função do tempo decorrido desde o início da queda para estimar **quanto tempo demorou o pára-quedista a abrir o pára-quedas**.

5 Dois dos gráficos permitem determinar **quanto tempo demorou o pára-quedista a atingir o solo**. Quais? Fundamente a resposta.

6 Quando o pára-quedista abriu o pára-quedas, *a sua velocidade diminuiu muito rapidamente*. Que **gráfico** permite tirar esta conclusão? **Porquê**?

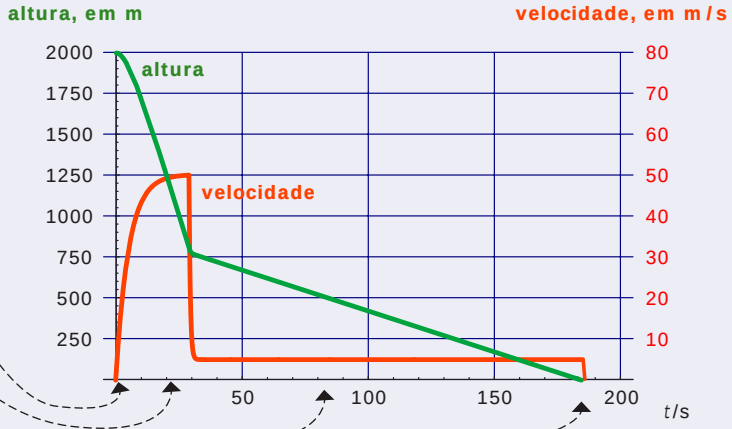
7 Indique um intervalo de tempo em que a magnitude da **aceleração** do pára-quedista seja **diferente de zero**.

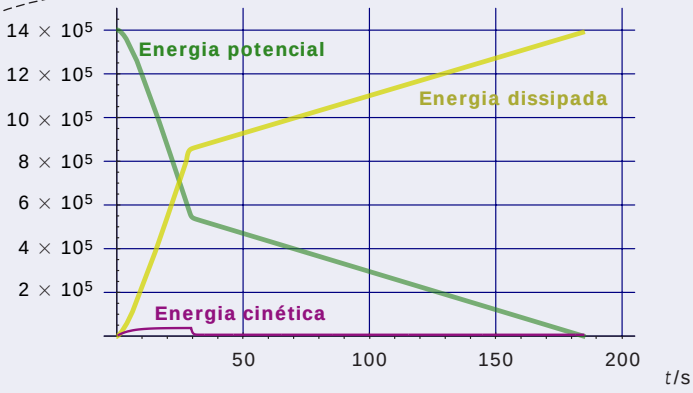
8 Indique um intervalo de tempo em que a magnitude da aceleração do pára-quedista seja nula.

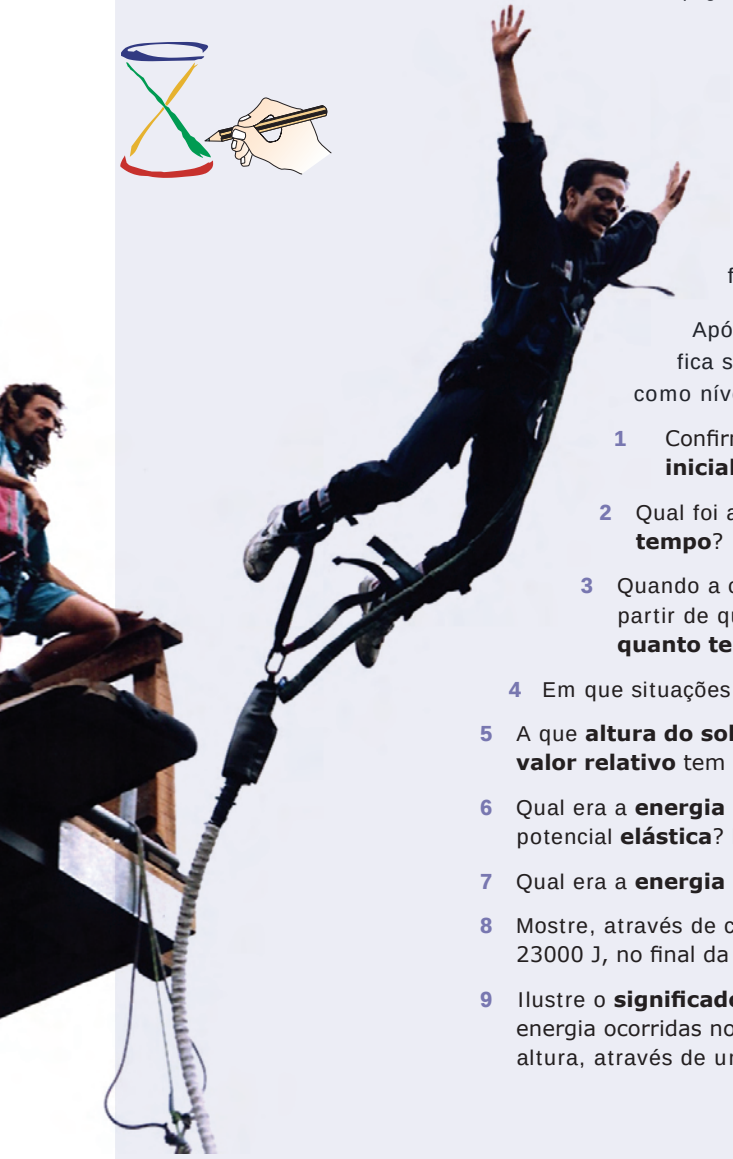
9 Indique um intervalo de tempo em que a magnitude da resultante das forças no pára-quedista seja diferente de zero.

10 Indique um intervalo de tempo em que a magnitude da resultante das forças no pára-quedista seja nula.

11 Indique um intervalo de tempo em que a magnitude da força gravítica seja equilibrada pela força de resistência do ar no pára-quedista.







Na página ao lado apresentam-se diversos gráficos referentes ao movimento vertical de um "bungee jumper" de 70 kg, que se lança preso a uma corda elástica da altura de 60 m. Os gráficos foram obtidos com um modelo matemático adequado.

Após o salto e várias oscilações verticais na corda elástica, o saltador fica suspenso, parado, à altura de 24 m. Considere o nível do solo como nível de referência nulo para a energia potencial.

1 Confirme, através de cálculos adequados, que a **energia mecânica inicial** do saltador era 42×10^3 J.

2 Qual foi a **altura mínima** atingida pelo saltador? Ao fim de **quanto tempo**?

3 Quando a corda começa a *esticar, a energia potencial elástica aumenta*. A partir de que **altura** é que a corda **começou a ser esticada**? Ao fim de **quanto tempo** de queda?

4 Em que situações é que é **nula** a **energia cinética**?

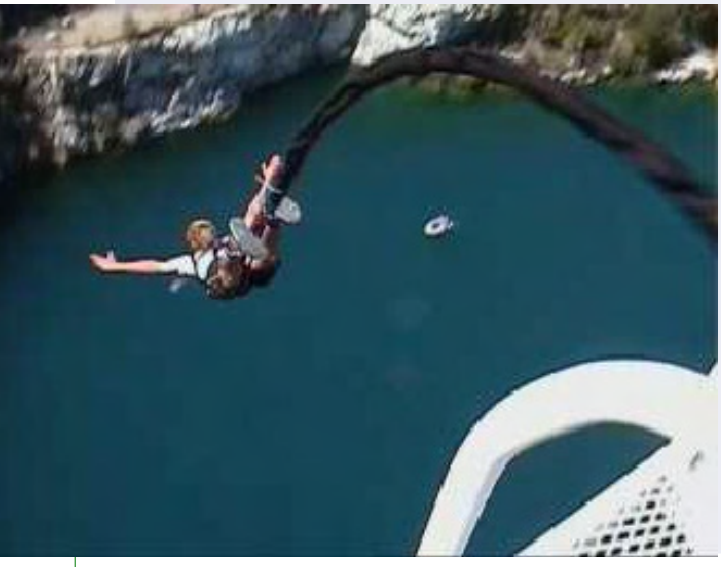
5 A que **altura do solo** é que se atinge a **energia potencial elástica máxima**? Que **valor relativo** tem a energia potencial gravítica nessa posição?

6 Qual era a **energia potencial gravítica** no **final** da oscilação (t = 50 s)? E a energia potencial **elástica**? E a energia potencial **total**?

7 Qual era a **energia mecânica** total no **final** da oscilação?

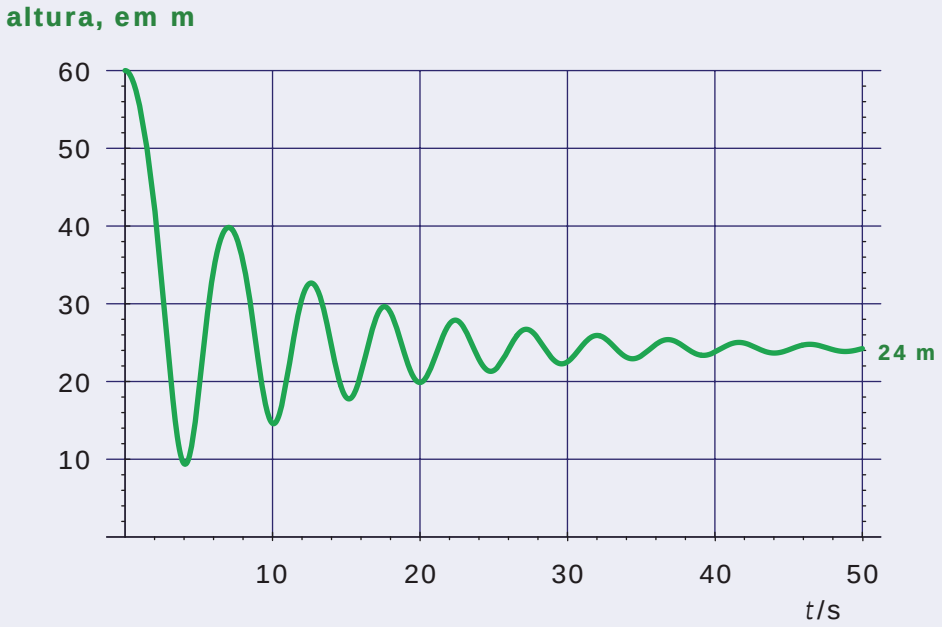
8 Mostre, através de cálculos adequados, que a **energia dissipada** no salto foi de 23000 J, no final da oscilação.

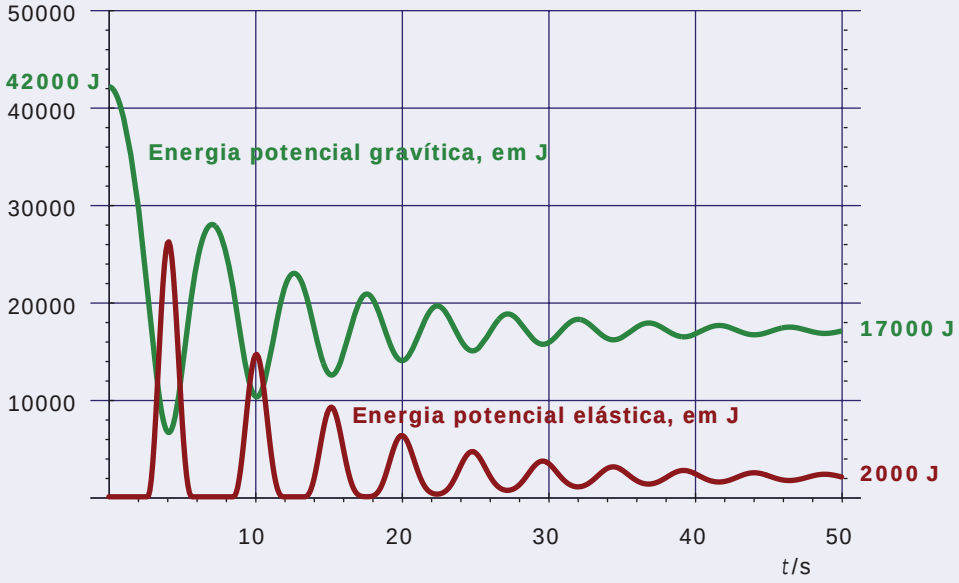
9 Ilustre o **significado da lei da conservação da energia** nas transformações de energia ocorridas no salto, desde a altura de 60 m até à posição final de 24 m de altura, através de um balanço de energia.

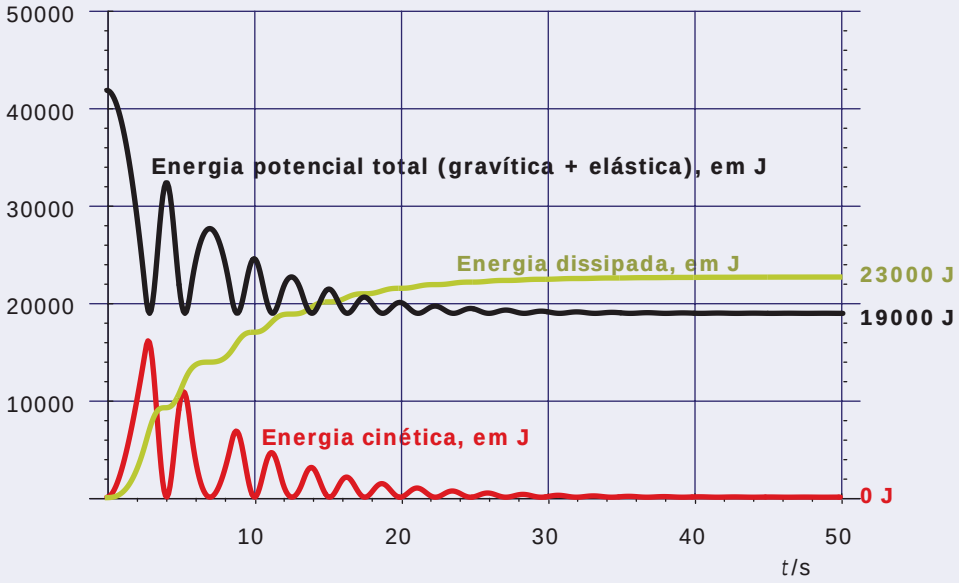


No "bungee jumping", considerado por muitos como um "desporto louco", uma pessoa lança-se de várias dezenas de metros de altura, presa pelos tornozelos a uma corda elástica que pode esticar até cerca de 3 ou 4 vezes o seu comprimento normal. Este desporto tem uma forte "base científica", evidenciando a conversão de energia: a energia potencial gravítica no topo é convertida em energia cinética e em energia potencial elástica, que por sua vez volta a ser convertida em energia potencial gravítica e energia cinética. Ao longo deste processo, parte da energia é também dissipada, devido a atritos e forças de resistência.

O bungee jumping é praticado há séculos pelos nativos da Ilha de Pentecostes, do Arquipélago de Vanuatu, no Oceano Pacífico. Trata-se de um ritual para cair nas boas graças dos deuses e conseguirem boas colheitas. A partir de 1979, membros do Clube de Desportos "radicais" da Universidade de Oxford transformaram-no num desporto relativamente popular, *que os especialistas consideram perfeitamente seguro.*


altura, em m
60
50
40
30
20
10
24 m
10
20
30
40
50
t/s


50000
42000 J
40000
Energia potencial gravítica, em J
30000
20000
17000 J
10000
Energia potencial elástica, em J
2000 J
10
20
30
40
50
t/s


50000
40000
Energia potencial total (gravítica + elástica), em J
30000
Energia dissipada, em J
23000 J
20000
19000 J
10000
Energia cinética, em J
0 J
10
20
30
40
50
t/s

Questões para pensar e para calcular

Movimento de queda livre e transformações de energia

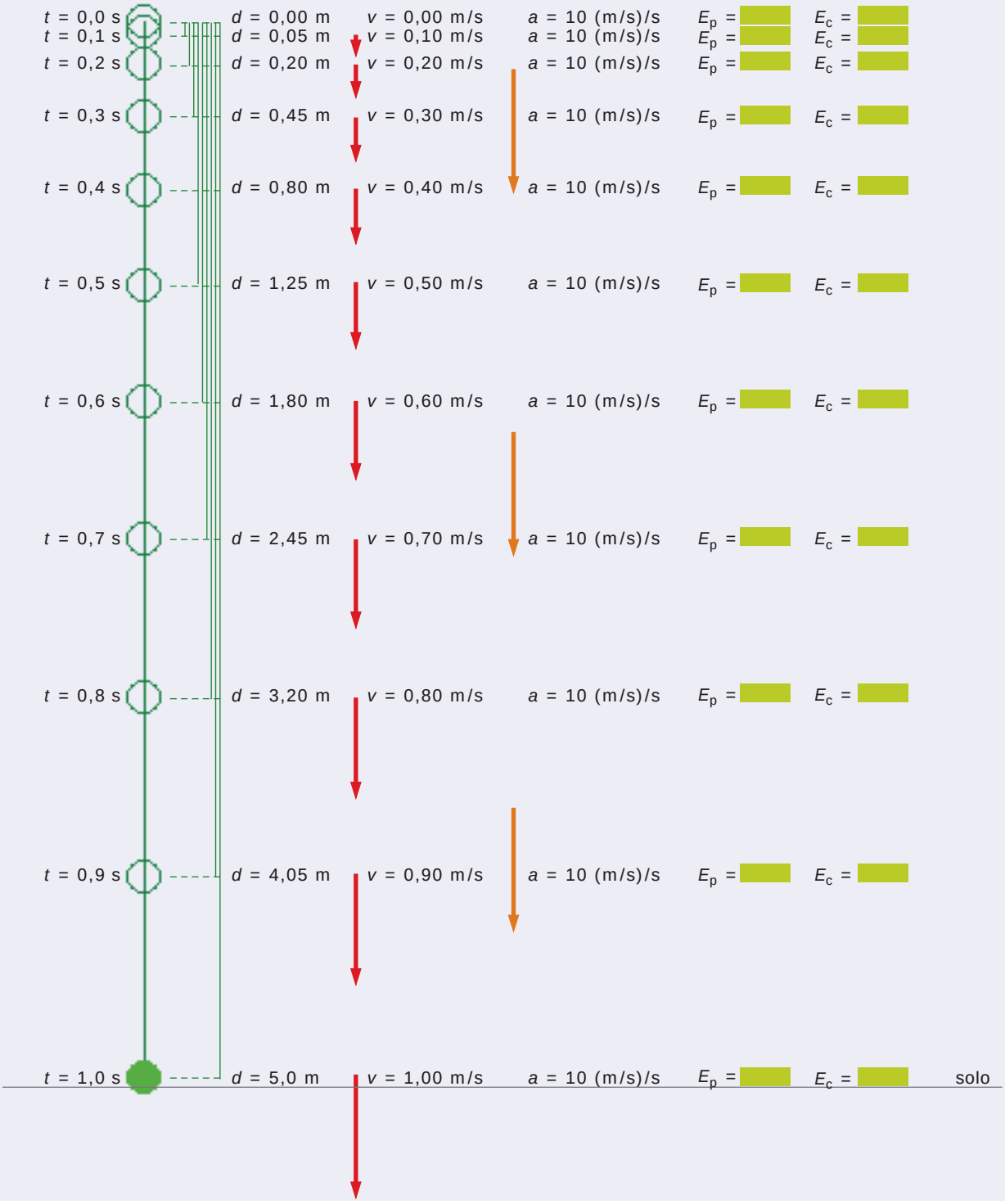
1 A figura abaixo foi obtida com um modelo matemático da queda livre quando a resistência do ar é desprezável. Admita que a massa do objecto em queda é $m = 0{,}20$ kg e que a aceleração da gravidade é $g = 10$ m/s^2.

1.1 Complete a figura indicando os valores de energia potencial e energia cinética em cada instante, de 0,1 s em 0,1 s.

1.2 Construa os gráficos seguintes: $d(t)$, $v(t)$, $a(t)$, $E_p(t)$ e $E_c(t)$, utilizando escalas adequadas.

1.3 Construa os gráficos E_p versus d (distância no eixo horizontal, E_p no eixo vertical) e E_c versus d.

1.4 Num mesmo gráfico, faça um esboço dos valores de E_p e E_c em função do tempo decorrido se a resistência do ar *não fosse desprezável.*



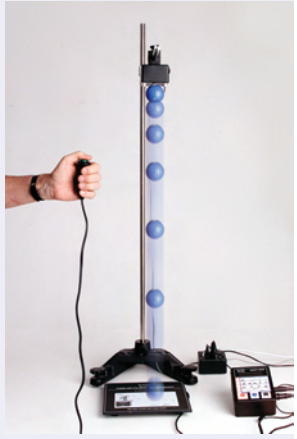
Teorema da energia cinética

2

2.1 Que afirma o teorema da energia cinética?

2.2 Conhecendo a massa e a velocidade de um objecto em dois instantes diferentes, que variação de energia se pode calcular imediatamente?

2.3 Conhecendo a variação desse tipo de energia, que ficamos imediatamente a saber acerca do trabalho da resultante das forças no objecto?



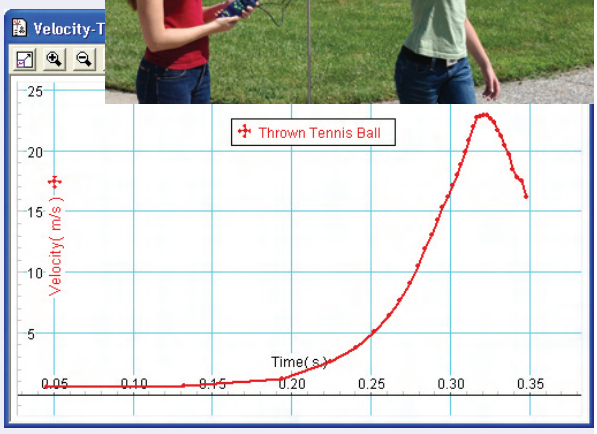
3 A foto estroboscópica ao lado mostra a queda de uma pequena bola azul de uma certa altura. A resistência do ar depende da velocidade da esfera e, como a esfera não atinge uma velocidade muito elevada, pode ser considerada como desprezável.
Tendo em conta a foto, faça uma estimativa razoável para a altura de queda e para a massa da bola. Utilize esses dados para responder às questões seguintes.

3.1 Qual é a velocidade com que a bola atinge o solo?

3.2 Qual é o trabalho da resultante das forças durante a queda?

3.3 Qual é a variação da energia cinética da bola?

3.4 Se a altura de queda fosse muito maior, a resistência do ar não poderia ser considerada como desprezável. Nessas condições, como seria possível calcular o trabalho da resultante das forças?



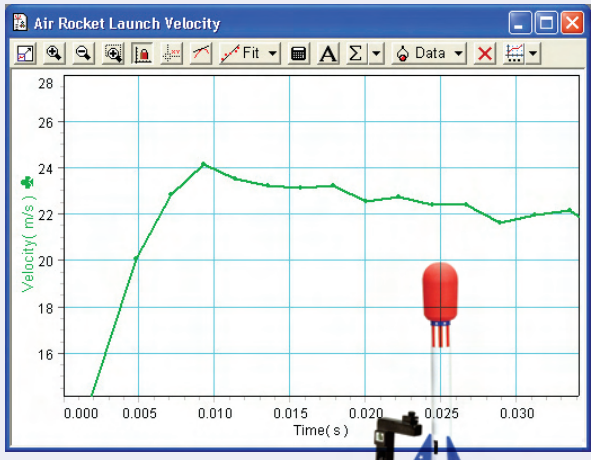
4 A foto e o gráfico ao lado referem-se a uma investigação acerca da velocidade de lançamento de uma bola de ténis (m = 57 g). À bola está ligada uma fita alternadamente preta e transparente.
A bola é lançada de tal modo que a fita passa entre a célula do digitímetro, o que permite medir a velocidade da bola durante o lançamento.

4.1 Qual é velocidade máxima que a bola atinge?

4.2 Qual é a energia cinética máxima que a bola atinge? Ao fim de quanto tempo?

4.3 Qual foi a variação de energia cinética da bola, desde um instante em que estava parada até ao instante em que atingiu o valor máximo?

4.4 Qual foi o trabalho da resultante das forças na bola, desde um instante em que estava parada até ao instante em que a velocidade atingiu o valor máximo?



5 A foto e o gráfico ao lado referem-se a uma investigação acerca da velocidade de lançamento de um pequeno foguete de ar comprimido (m = 204 g), usando o procedimento descrito na questão anterior. Efectue os cálculos solicitados na questão anterior, no que diz respeito ao foguete, em lugar da bola.

6 Observe a foto ao lado, que representa um carrinho a ser puxado por um corpo suspenso.

6.1 Faça um esquema das forças exercidas no carrinho, admitindo que a força de atrito é desprezável.

6.2 Para onde aponta a resultante das forças no carrinho? E para onde aponta a aceleração do carrinho?

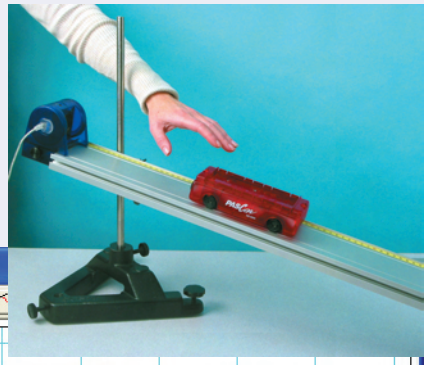
6.3 Esboce o gráfico da velocidade do carrinho em função do tempo decorrido desde o início do movimento.

6.4 Esboce o gráfico da energia cinética do carrinho em função do tempo decorrido desde o início do movimento.

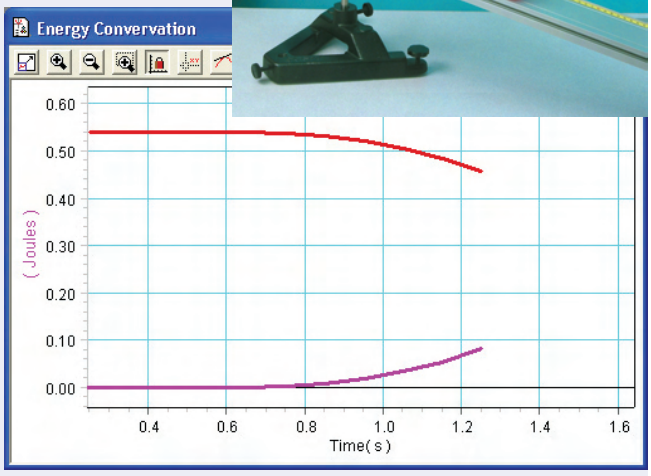
6.5 Esboce o gráfico da energia potencial do carrinho em função do tempo decorrido desde o início do movimento.

6.6 Esboce o gráfico da energia cinética do carrinho *versus* distância percorrida. Explique porque esboça o gráfico desse modo.

Variação de energia mecânica e trabalho das forças dissipativas



7 Observe a foto ao lado que representa um carrinho a ser largado num plano inclinado, em frente a um sensor de movimento, ligado a um computador. Os gráficos mostram a energia potencial e a energia cinética do carrinho ao longo do plano inclinado.



7.1 Qual foi a variação da energia cinética do carrinho no intervalo de tempo representado?

7.2 Qual foi a variação da energia potencial do carrinho no intervalo de tempo representado?

7.3 Que pode concluir acerca das forças dissipativas no carrinho?

7.4 Se a massa do carrinho for 0,50 kg, qual foi a velocidade máxima que atingiu?

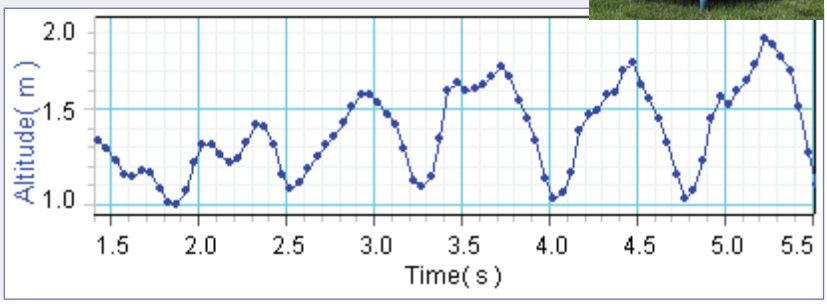
8 Observe a foto ao lado que representa uma saltadora numa pequena cama elástica, com um sensor de altitude (altímetro) colocado num colete e ligado sem fios a um computador. O gráfico representa a altura da saltadora (em rigor, a altura do altímetro...) em função do tempo, durante diversos saltos.

8.1 Qual foi a altura máxima atingida?

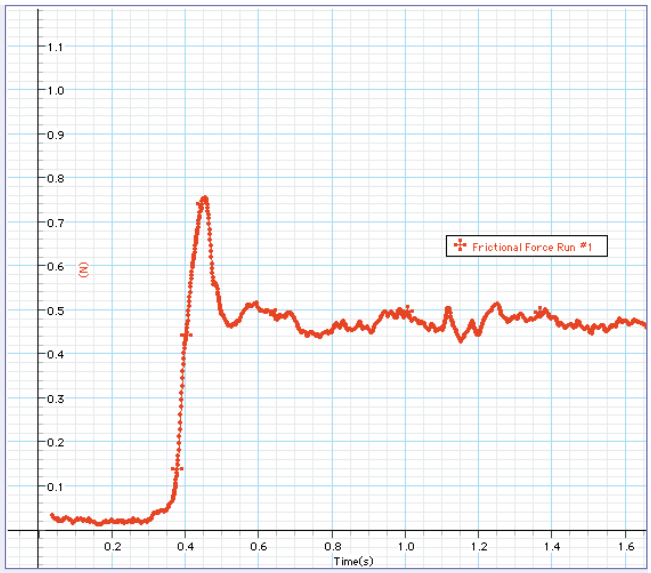
8.2 Esboce o gráfico da energia potencial gravítica da saltadora em função do tempo.

8.3 Quanto tempo demora, aproximadamente, cada subida e descida? Fundamente a resposta.

8.4 A energia potencial gravítica é totalmente dissipada na cama elástica? Fundamente a resposta.



9 Observe o gráfico ao lado. Um bloco de massa igual a 0,30 kg, parado em cima de uma mesa horizontal, é arrastado por um aluno, utilizando um sensor de força. A distância de arrastamento foi de 70 cm.



9.1 Qual foi a força máxima de atrito antes do bloco se mover?

9.2 Represente, à escala, as forças no bloco no instante em que a força de atrito foi máxima.

9.3 Após o bloco iniciar o movimento, foi arrastado com velocidade praticamente constante. Quanto vale a resultante das forças nessa situação?

9.4 Represente, à escala, as forças no bloco enquanto é arrastado com velocidade constante.

9.5 Durante o percurso com velocidade constante, qual foi a variação de energia cinética? E a variação de energia potencial? Fundamente a resposta.

9.6 Durante o percurso com velocidade constante, quanto vale o trabalho da resultante das forças?

9.7 Durante o percurso com velocidade constante, quanto vale a força de atrito?

9.8 Durante o percurso com velocidade constante, quanto vale o trabalho da força de atrito?

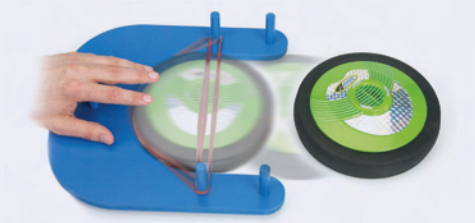
9.9 Complete, utilizando os respectivos valores:
trabalho da força gravítica + trabalho da força de reacção do plano + trabalho da força de atrito + trabalho da força exercida pelo aluno = variação de energia cinética

9.10 Complete, utilizando os respectivos valores:
trabalho das forças conservativas + trabalho das forças dissipativas = variação de energia cinética

10 Um pequeno disco de massa 1,0 kg possui um motor e uma ventoinha que expele ar, fazendo com que o disco "flutue" sobre uma mesa horizontal, devida ao ar expelido para baixo do disco. O gráfico ao lado mostra a velocidade e a posição do disco, após este ser lançado utilizando um elástico.

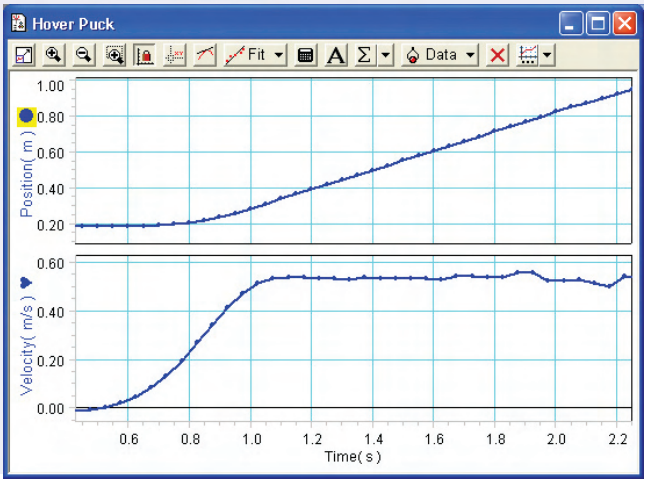
10.1 Entre que instantes é que o disco foi acelerado pelo elástico? Fundamente a resposta.

10.2 Após ter sido lançado pelo elástico, as forças dissipativas eram praticamente nulas. Porquê?



10.3 Qual foi a variação de energia cinética do disco desde o repouso até ao instante em que atingiu a velocidade máxima?

10.4 Qual foi trabalho da força elástica durante o lançamento? Fundamente a resposta e justifique porque razão se pode considerar que a força elástica é uma força conservativa.

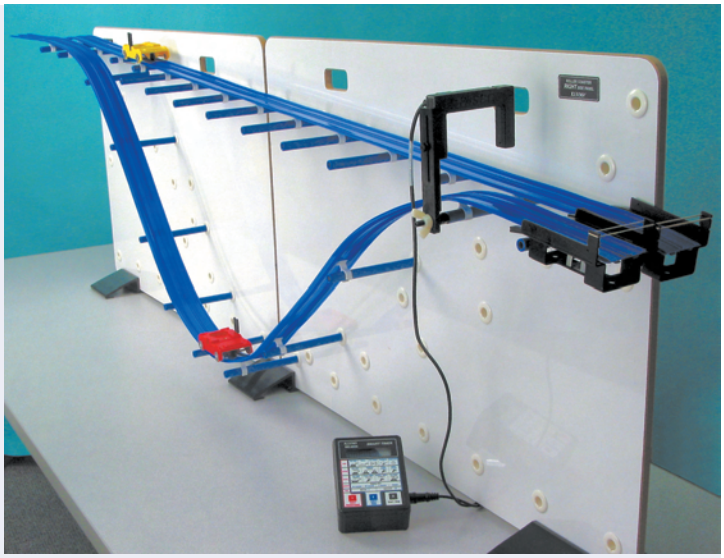


10.5 Qual foi trabalho da força gravítica durante o lançamento? Fundamente a resposta.

10.6 Complete, utilizando os respectivos valores:
trabalho da força gravítica + trabalho da força de reacção do plano + trabalho da força elástica = variação de energia cinética

10.7 Complete, utilizando os respectivos valores:
trabalho das forças conservativas + trabalho das forças dissipativas = variação de energia cinética

11 Dois pequenos carrinhos, cada um de massa 0,5 kg, podem ser deixados cair ao longo de calhas, como mostra a foto ao lado. Uma das calhas é rectilínea e ligeiramente inclinada e a outra desce e volta a subir.
No final de ambas as calhas está colocado um digitímetro que permite medir a velocidade dos carrinhos.
Os atritos são desprezáveis.



11.1 Como é possível verificar se, de facto, os atritos são desprezáveis?

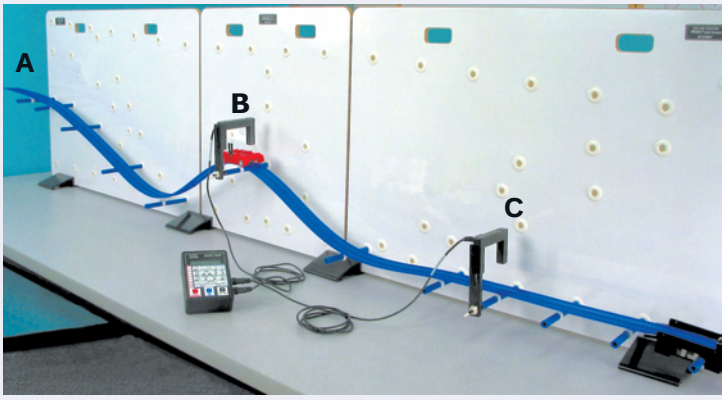
11.2 Se o desnível entre o ponto de partida e o ponto onde está o digitímetro for de 10 cm, qual é a velocidade com que o carrinho amarelo atinge o digitímetro?

11.3 E qual é a velocidade com que o carrinho vermelho atinge o digitímetro?

11.4 Se a velocidade medida pelo digitímetro fosse, para o carro amarelo, 1,35 m/s, qual era o trabalho das forças dissipativas?

11.5 (*Teste a sua intuição...*) Qual dos carros atinge primeiro o digitímetro? Discuta a questão com os seus colegas, preveja o resultado e improvise uma experiência que lhe permita verificar quem tem razão...

12 Um pequeno carrinho de massa 0,5 kg, pode ser deixado cair ao longo de uma calha, como mostra a foto ao lado.
A velocidade do carrinho pode ser medida nos pontos B e C da calha utilizando um digitímetro.



12.1 Como é possível verificar se, de facto, os atritos são desprezáveis?

12.2 Qual deve ser a velocidade no ponto B, se estiver à mesma altura que o ponto A?

12.3 Qual deve ser a velocidade no ponto C, se o desnível entre os pontos A e C for de 0,25 cm?

12.4 A velocidade que o carrinho atinge no ponto C depende da massa do carrinho? Fundamente a resposta.

13 Um baloiço é um bom exemplo da acção de forças conservativas e forças dissipativas... Imagine que se atingiu a altura máxima e deixa-se baloiçar, sem qualquer intervenção.

13.1 Quando o baloiço passa pela posição central, a energia potencial transforma-se integralmente em energia cinética? Fundamente a resposta.

13.2 Ao fim de algum tempo, o baloiço pára. Como é possível calcular o trabalho total da força conservativa?

13.3 E como é possível calcular, nesse mesmo intervalo de tempo, o trabalho total das forças dissipativas?