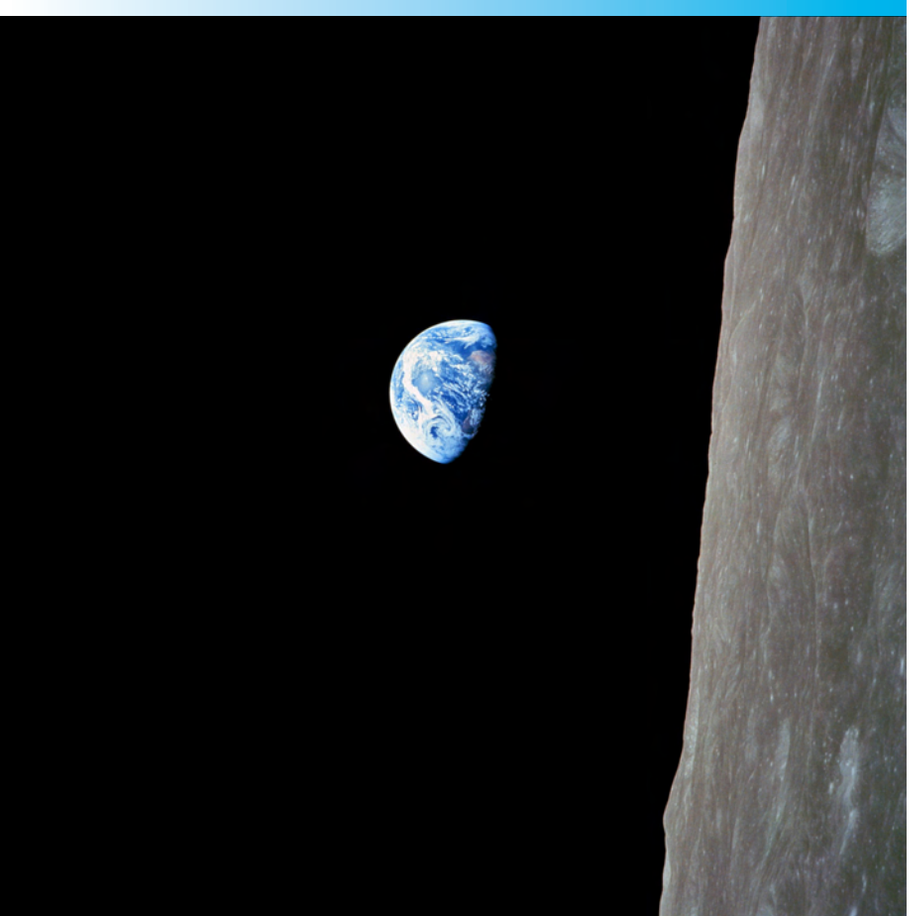
1.2
Da Terra à Lua



This is the first photograph taken of Earthrise take
man as he watched the event unfold. Interestingly, it
image that has become iconic over the years by virtu
it is monochrome. Two colour photographs taken in a
will become the images that are favourite of photo e
the world. Note how close the Earth is to the lunar h
looking across the middle of Pasteur, a large degrade
at 224-km diameter. The lighting renders its rim invis
distinct crater in the central foreground is Pasteur G.
craters at the top of the frame are centred around Pa

[We have presented this photograph in an unconv
orientation with the Moon's horizon vertical. On Earth
vention for a sunrise or moonrise shot is to have the
ning left to right. Bill Anders has said that this is how
image. They were orbiting around the Moon's equato
north being to the top, Earth came out from behind a
zon.]

Conceitos-chave nesta secção:

taken by a hu-
ly, it is not the
virtue of the fact
in a minute or so
to editors around
ar horizon. We are
raded mini-basin
invisible but the
r G. A cluster of
d Pasteur U.]

conventional
Earth, the con-
the horizon run-
how he see this
uator and with
nd a vertical hori-

Interacção a distância e interacção por contacto

Um pára-quedista cai para a Terra... Por que não fica parado no ar? Numa situação deste tipo, diz-se que há uma força que actua a distância. Neste caso, trata-se de um tipo de força que existe entre todos os **objectos com massa**, a chamada **força gravítica**. É este tipo de força que é responsável pelos objectos **caírem**... e pelos planetas **orbitarem** em volta do Sol, ou a Lua orbitar em volta da Terra.

Utiliza-se frequentemente o termo **peso** para designar a força gravítica num objecto, perto da superfície da Terra. Portanto, o pára-quedista cai devido ao seu peso.

Há mais tipos de interacções a distância. Por exemplo, todas as crianças gostam de brincar com ímanes e ficam admiradas porque os ímanes exercem forças uns nos outros, sem se tocarem.

De modo semelhante, uma pequena agulha magnética (um pequeno íman) interactua com a Terra que é, na realidade, um íman gigante, como veremos na próxima Unidade. A interacção entre uma bússola e a Terra, que tanto maravilhou Einstein quando era criança, é, pois, outro exemplo de interacção a distância.

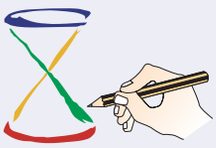
Há ainda outro exemplo comum de interacção a distância: a atracção ou repulsão de pequenos pedaços de papel (ou outros objectos leves) quando estão próximos de objectos previamente friccionados. Este tipo de forças é devido a excesso ou falta de carga eléctrica nos objectos.

Claro que além de interacções a distância, há interacções por contacto: nesse caso, as forças devem-se ao facto dos objectos tocarem uns nos outros.

Um exemplo de interacção a distância: a força gravítica da Terra sobre o pára-quedista é responsável pela sua queda.

Um exemplo de interacção por contacto ocorre quando a esfera em queda colide com as esferas paradas.

Outro exemplo de interacção a distância: as duas esferas carregadas exercem forças uma na outra. Essas forças podem ser medidas pelo ângulo de torsão do fio.



1. Uma agulha magnética pode desviar-se e apontar para o norte, sem ninguém lhe mexer... Porquê?
2. Se não existisse força gravítica, que sucederia quando se deixasse de pegar num objecto, num local à superfície da Terra?
3. Imagina um pára-quedista profissional que transporta às costas um pára-quedista amador. Pode dizer-se que o pára-quedista amador está parado...? Porquê?

Quatro tipos de interacção na Natureza

Vivemos num Universo imenso. Mas há fortes razões para acreditarmos que *todo o Universo* é constituído pelos seguintes tipos de partículas fundamentais (i.e., partículas que não são constituídas por outras partículas):

- **Quarks** (componentes das partículas do núcleo atómico — protões e neutrões);
- **Electrões** (componentes dos átomos, que se movem à volta do núcleo atómico);
- **Neutrinos** (partículas que se movem por todo o Universo).

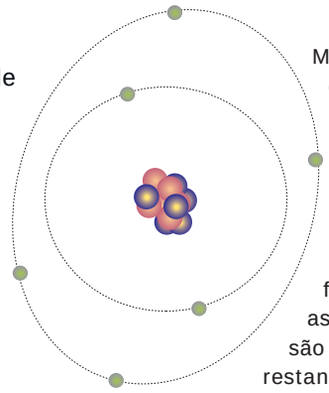
Estes tipos de partículas surgiram há cerca de 15000 milhões de anos, quando ocorreu o chamado «Big Bang» (*Grande Estrondo* ou *Grande Explosão*). Mas os átomos não existiram desde o *Big Bang*. Formaram-se a certa altura, quando os núcleos, constituídos por protões e neutrões, se juntaram aos electrões que vagueavam pelo espaço. Por sua vez, os átomos, devido à atracção gravitacional, agregaram-se, formando estrelas, onde se fabricaram e fabricam outros átomos. Há cerca de 5000 milhões de anos, à volta de uma estrela média (o Sol), formaram-se vários planetas a partir de uma enorme quantidade de "pedras" que vagueavam pelo espaço.

As partículas e os objectos do Universo interagem, exercendo forças entre si. Conhecem-se **quatro tipos de forças ou interacções fundamentais**:

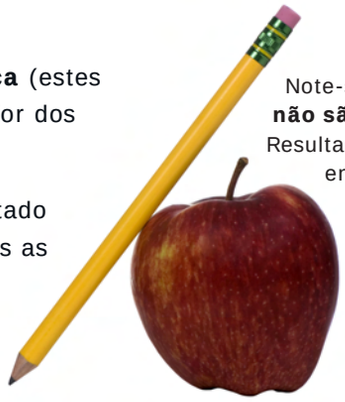
- A **força gravitacional** (ocorre entre quaisquer *objectos com massa*);
- A **força electromagnética** (são devidas a *ímanes* ou a *cargas eléctricas*);
- A **força nuclear forte** e a **força nuclear fraca** (estes tipos de forças apenas se manifestam no interior dos núcleos atómicos).

Desde há dezenas de anos que os físicos têm tentado unificar as forças da Natureza, isto é, descrever todas as forças de uma maneira semelhante. Esta tarefa está ainda inacabada e não se sabe se vai ter sucesso.

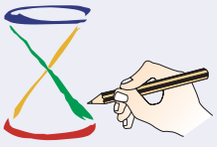
A Terra e a Lua, fotografadas pela nave Voyager I em 1977. Entre a Terra e a Lua, apenas se consideram forças gravitacionais (os restantes tipos de forças são desprezáveis).



Modelo de um átomo de carbono: no núcleo, as forças *mais intensas* são forças do tipo "nuclear forte"; e entre o núcleo e os electrões as forças mais intensas são forças electromagnéticas. As forças gravitacionais entre as partículas subatómicas são desprezáveis face às restantes forças.



Note-se que **as forças de contacto não são forças fundamentais**. Resultam da interacção electromagnética entre átomos, a nível sub-microscópico.



1 Na página do LIP, Laboratório de Instrumentação e Partículas (www.lip.pt) é possível ter acesso a textos e outros documentos sobre a investigação em partículas e forças fundamentais. Utilizando esses textos bem como outros na Internet (por exemplo, em http://pt.wikipedia.org) ou em livros, faça uma breve síntese das principais ideias do chamado "modelo padrão" ou "modelo standard".

3.ª Lei de Newton: as forças actuam aos pares

A criação da ciência moderna deu-se nos séculos XVII e XVIII. Um dos autores que maior contributo deu para a criação da ciência foi o inglês Isaac Newton (1643-1727). Num dos seus livros mais importantes, cuja 1.ª edição é de 1687, em três volumes, escreveu:

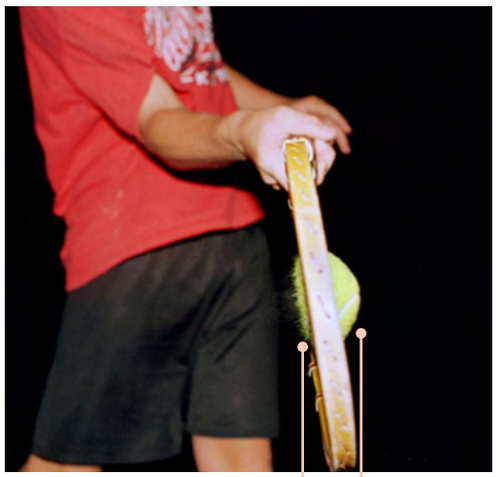
«Para qualquer acção há sempre uma reacção oposta e de igual intensidade, isto é, as acções mútuas de dois corpos um no outro são sempre iguais e de sentido oposto. Qualquer objecto que puxe ou pressione outro objecto é também puxado ou pressionado por esse outro objecto. Quando pressionamos uma pedra com um dedo, o dedo também é pressionado pela pedra».

Newton formulou as **regras** que descrevem os movimentos dos objectos, isto é, as **leis do movimento**. Uma dessas regras, a chamada **lei da acção-reacção (ou 3.ª Lei de Newton)**, afirma que, em linguagem actual:

- **Para qualquer força, há sempre uma força oposta e de igual magnitude ou intensidade.**

Ou seja, sempre que ocorre uma interacção, *uma força não actua sozinha*. Nas interacções, as forças surgem sempre aos **pares**, com igual intensidade mas apontando para lados opostos: **cada uma, porém, actua em corpos diferentes**. Um par de forças nestas condições constitui um **par acção-reacção**.

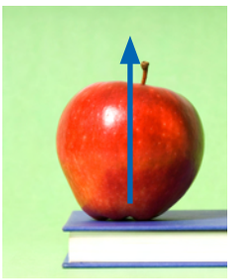
Por exemplo, à força gravitacional exercida pela Terra sobre um corpo corresponde uma força gravitacional de igual intensidade e de sentido oposto exercida pelo corpo na Terra. Assim, quando um corpo cai à superfície da Terra, actuado pela força gravitacional, a Terra também é solicitada a «cair» para o corpo, uma vez que é igualmente actuada por uma força gravitacional da mesma intensidade. Na prática, este movimento da Terra é totalmente desprezável, devido ao elevado valor da massa da Terra.



A bola exerce uma força na raquete, que é sentida pelo jogador...

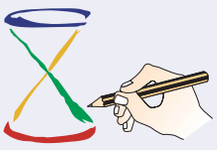
A raquete exerce uma força na bola, que faz com que a bola pare e volte para trás

A maçã exerce uma força *no livro...*



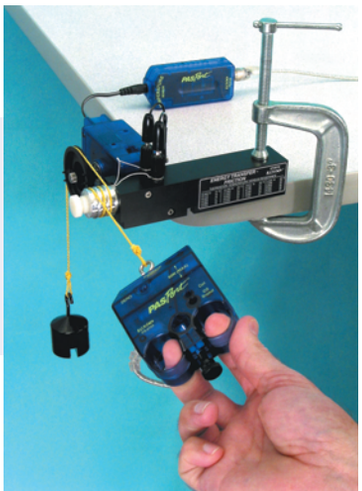
... e o livro exerce uma força *na maçã...*

Este par de forças constitui um par acção-reacção. Note que cada força é *exercida em corpos diferentes.*

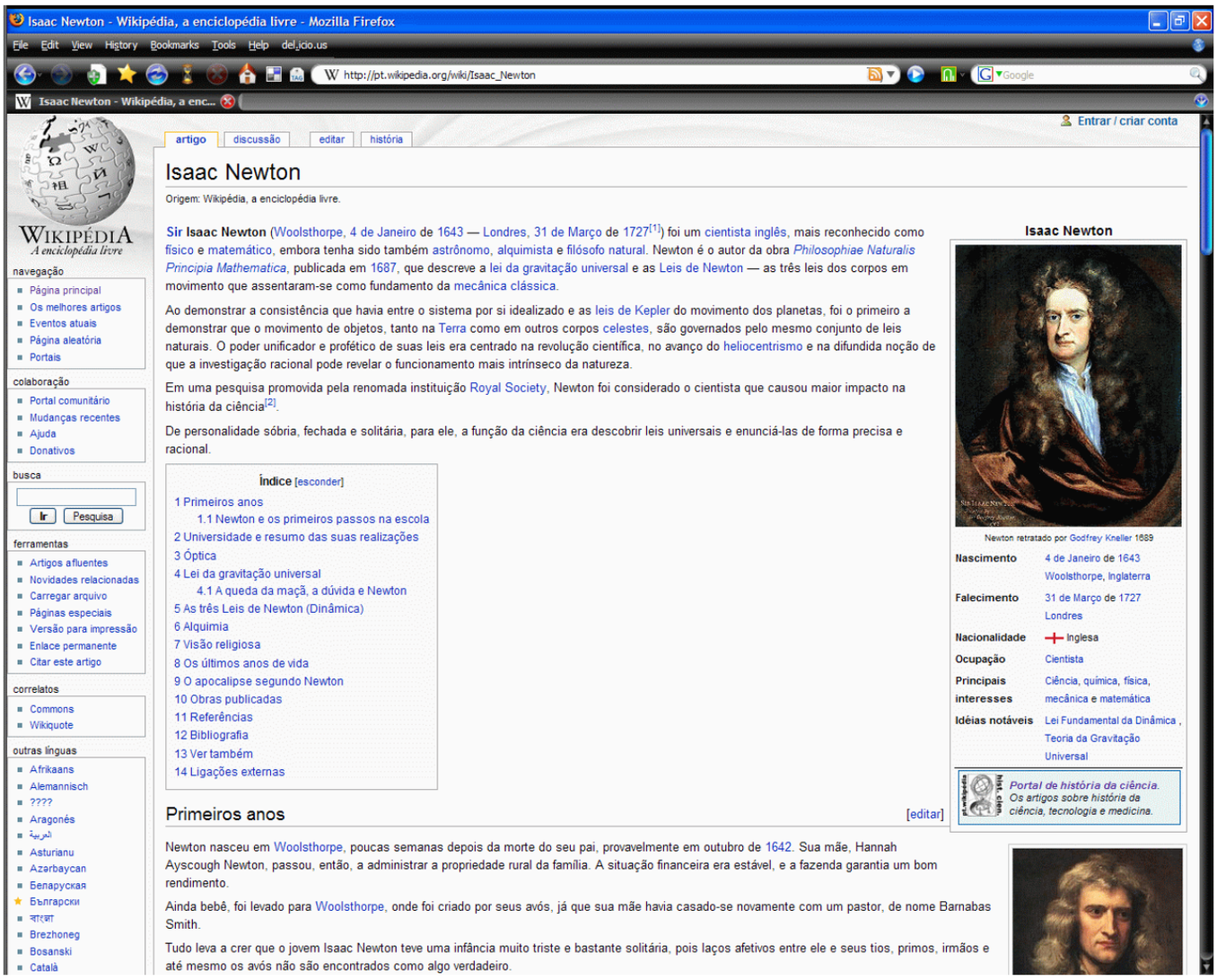


1 No par acção-reacção no caso da maçã em cima do livro, em que corpo se exerce a força vertical, para baixo? E em que corpo se exerce a força vertical, para cima? Por que *não faz sentido somar* estas duas forças...?

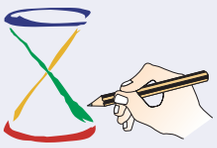
2 A foto ao lado mostra um sensor de força, que mede a força que está a puxar o corpo suspenso. Identifique o par acção reacção no sensor e o par acção-reacção no corpo suspenso.



OK Necessito de rever esta página... Necessito de apoio para compreender esta página...



A Wikipédia tem um excelente texto sobre a vida de Newton, a sua obra, as suas ideias científicas e místicas, bem como sobre a influência de Newton no pensamento científico e filosófico.



1 Na figura está representado, num esquema que, evidentemente, não está à escala, uma maçã em cima de uma mesa... Se a maçã pesar 2 N, caracterize o par acção-reacção respeitante à interacção entre a mesa e a maçã.

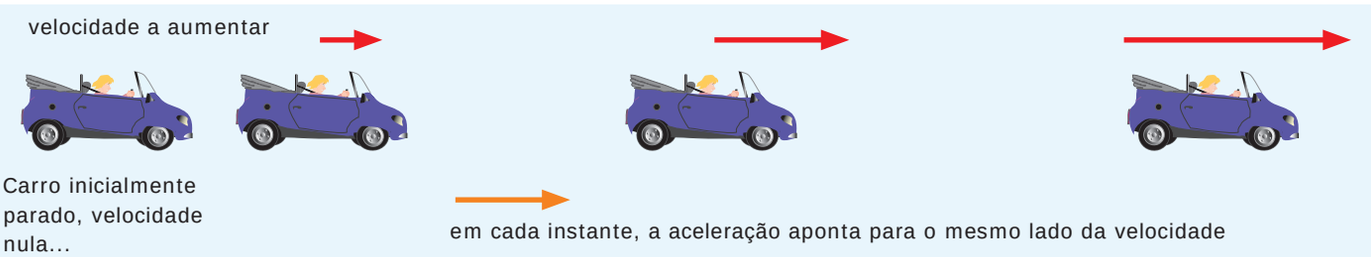
2 Caracterize o par acção-reacção respeitante à interacção entre a maçã e a Terra.

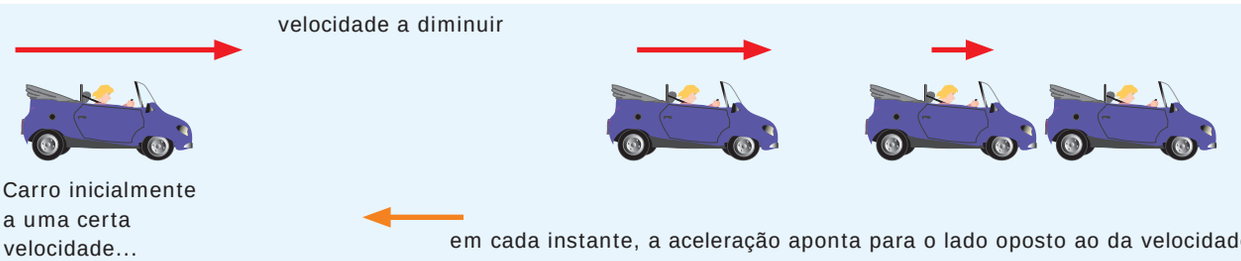
3 Qual das forças seguintes é mais intensa: a força exercida pela maçã na Terra ou a força exercida pela Terra na maçã?

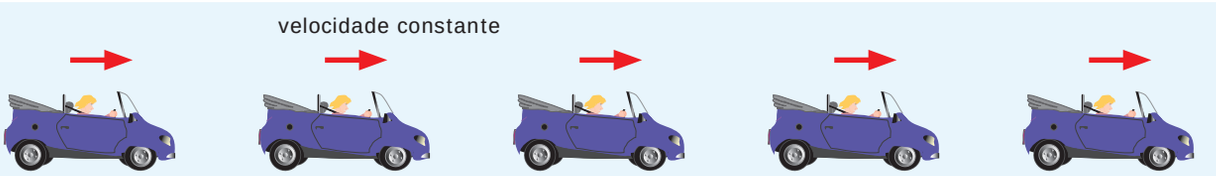
4 Não existindo mesa, a maçã acelera para a Terra... e a Terra acelera para a maçã... E qual destes objectos realmente se move? Porquê?

Aceleração: a grandeza física que descreve a variação de velocidade

A palavra **aceleração** é frequentemente utilizada de modo impreciso ou incorrecto na linguagem comum. Na linguagem rigorosa da Física, aceleração é o nome de uma **grandeza vectorial** que indica como é que a velocidade varia com o tempo. Vejamos o seu significado, em movimentos rectilíneos.







Para calcular a magnitude da aceleração, em movimentos rectilíneos, se a aceleração for constante, é necessário conhecer quanto aumenta ou quanto diminui a magnitude da velocidade, em cada segundo. Por exemplo, se a velocidade aumentar (ou diminuir) 5 m/s em cada segundo, a magnitude da aceleração é:

$$\frac{5\ \text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\frac{5\ \text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = 5\ \text{m/s}^2$$

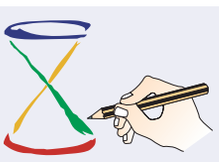
Claro que se a velocidade aumentar, a aceleração aponta para o lado da velocidade. E se a velocidade diminuir, a aceleração aponta para o lado oposto ao da velocidade.

t/s	v/(m/s)
0	0
1	5
2	10
3	15
4	20

Um carro em movimento rectilíneo cuja velocidade aumenta 5 m/s em cada segundo, tem a aceleração de 5 m/s^2, apontando para o lado da velocidade

t/s	v/(m/s)
0	30
1	25
2	20
3	15
4	10

Um carro em movimento rectilíneo cuja velocidade diminui 5 m/s em cada segundo, tem a aceleração de 5 m/s^2, apontando para o lado oposto ao da velocidade

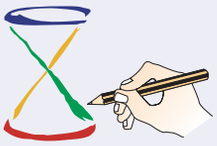


1 Construa uma tabela tempo-velocidade, de segundo a segundo, durante 5 s, para um movimento com aceleração constante de 10 m/s por segundo, quando a velocidade no instante inicial era nula.

2 Construa uma tabela tempo-velocidade, de segundo a segundo, durante 5 s, para um movimento com aceleração constante de 2 m/s^2, quando a velocidade no instante inicial era 20 m/s e a aceleração apontava para o lado oposto ao da velocidade.

3 Utilize a tabela anterior para determinar ao fim de quanto tempo é que a velocidade se anula.

OK Necessito de rever esta página... Necessito de apoio para compreender esta página...



1 A tabela e os gráficos abaixo foram obtidos com um modelo matemático que descreve a velocidade e a distância percorrida por um carro a acelerar, com uma certa aceleração constante, num movimento rectilíneo. Como é possível concluir a partir da tabela que a aceleração é constante?

2 Em cada segundo, quanto aumentou a velocidade do carro, em km/h?

3 Em cada segundo, quanto aumentou a velocidade do carro, em m/s?

4 Que significa afirmar que a aceleração do carro vale 10,0 km/h por segundo?

5 Qual é a aceleração do carro, em m/s por s, isto é, em m/s^2?

6 Verifique que a velocidade do carro, em cada instante t, pode ser calculada pela função $v = a\,t$ em que a é a magnitude da aceleração e t é o tempo decorrido desde o instante inicial. Utilize apenas unidades SI para a, para t e para v.

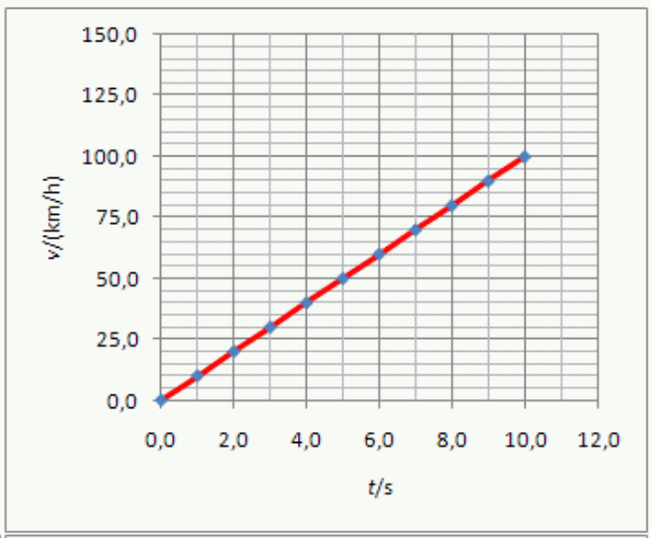
7 Construa uma tabela semelhante, mas apenas com t em segundos e v em metros por segundo, para ilustrar como varia a magnitude da velocidade de um carro que acelere 2,0 m/s^2, durante 5 segundos. Admita que no instante em que se começa a medir o tempo, o carro já vai a 5 m/s e a aceleração aponta para o lado da velocidade.

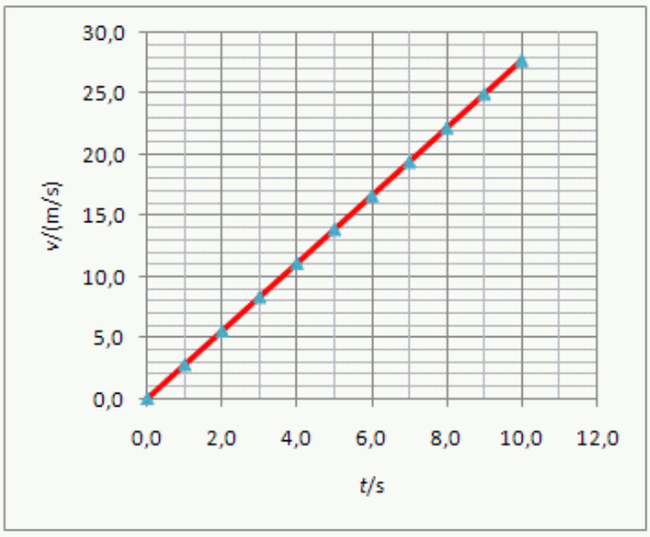
8 Represente os dados da tabela anterior num gráfico adequado.

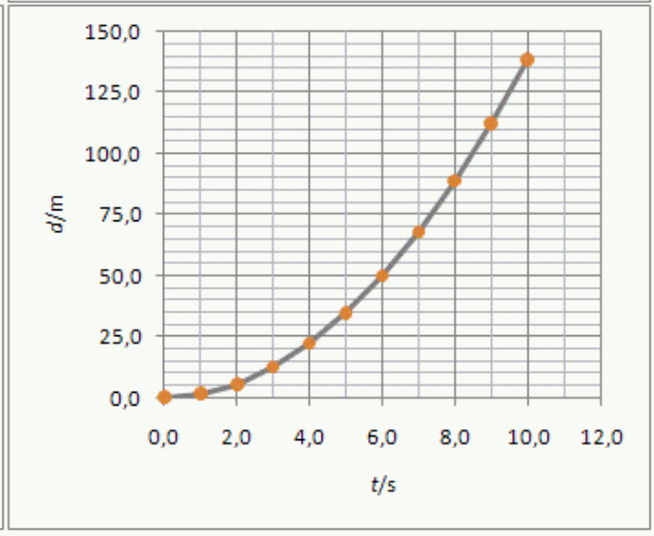
9 Construa uma tabela semelhante, com t em segundos e v em metros por segundo, para ilustrar como varia a magnitude da velocidade de um carro que acelere 2,0 m/s^2, durante 5 segundos. No instante em que se começa a medir o tempo, o carro vai a 10 m/s e a aceleração aponta para o lado oposto ao da velocidade.

10 Represente os dados da tabela anterior num gráfico adequado.

t/s	v/(km/h)	v/(m/s)	d/m
0,0	0,0	0,0	0,0
1,0	10,0	2,8	1,4
2,0	20,0	5,6	5,6
3,0	30,0	8,3	12,5
4,0	40,0	11,1	22,2
5,0	50,0	13,9	34,7
6,0	60,0	16,7	50,0
7,0	70,0	19,4	68,1
8,0	80,0	22,2	88,9
9,0	90,0	25,0	112,5
10,0	100,0	27,8	138,9





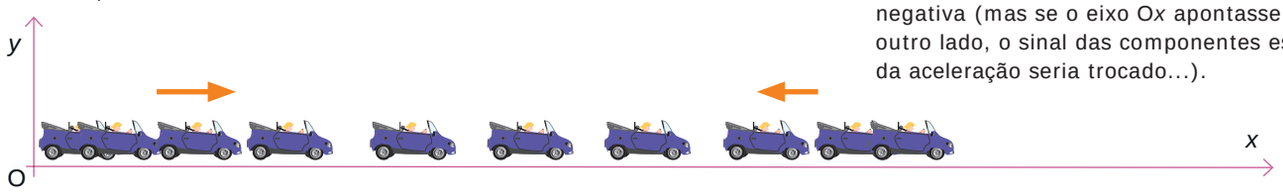


Aceleração e declive no gráfico velocidade-tempo

Quer a magnitude da aceleração quer a componente escalar da aceleração num referencial adequado podem ser calculadas a partir de um gráfico velocidade-tempo, se o movimento for rectilíneo. De facto, o declive no gráfico velocidade-tempo relaciona a variação de velocidade com o tempo que demora a variar.

O exemplo abaixo ilustra como se podem calcular essas quantidades, a partir de dados obtidos com um modelo matemático. Na questão da página seguinte, procede-se de modo semelhante, mas com dados reais obtidos num movimento de um carro, utilizando um GPS.

Note-se que, na travagem, a aceleração aponta para o lado oposto ao lado para onde aponta a velocidade. *No referencial indicado*, a componente escalar da aceleração é negativa (mas se o eixo O*x* apontasse para o outro lado, o sinal das componentes escalares da aceleração seria trocado...).



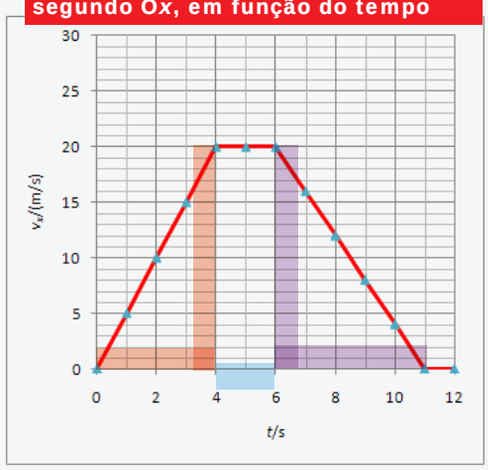
acelerou para a direita, de 0 s até 4 s....	aceleração nula, de 4 s até 6 s...	acelerou para a esquerda, de 6 s até 11 s (e ficou parado)
velocidade a aumentar...	velocidade constante	velocidade a diminuir...

(No referencial indicado acima)

t/s	*v*/(m/s)	v_x/(m/s)
0	0	0
1	5	5
2	10	10
3	15	15
4	20	20
5	20	20
6	20	20
7	16	16
8	12	12
9	8	8
10	4	4
11	0	0
12	0	0
13	0	0
14	0	0

magnitude da velocidade, em função do tempo

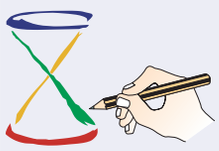
componente escalar da velocidade, segundo Ox, em função do tempo



componente escalar da aceleração entre 0 s e 4 s: $a_x = \frac{20\ \text{m/s} - 0\ \text{m/s}}{4\ \text{s} - 0\ \text{s}} = \frac{20\ \text{m/s}}{4\ \text{s}} = 5\ \text{m/s}^2$

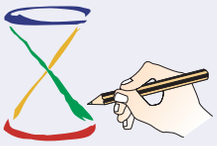
componente escalar da aceleração entre 4 s e 6 s: $a_x = \frac{20\ \text{m/s} - 20\ \text{m/s}}{6\ \text{s} - 4\ \text{s}} = \frac{0\ \text{m/s}}{2\ \text{s}} = 0\ \text{m/s}^2$

componente escalar da aceleração entre 6 s e 11 s: $a_x = \frac{0\ \text{m/s} - 20\ \text{m/s}}{11\ \text{s} - 6\ \text{s}} = \frac{-20\ \text{m/s}}{5\ \text{s}} = -4\ \text{m/s}^2$



1. Porque não faz sentido dizer que numa travagem a aceleração é negativa?
2. Para onde aponta a aceleração numa travagem?
3. Para os dados acima, calcule a componente escalar da aceleração entre 11 s e 14 s.
4. Em que situação é que o declive da linha no gráfico $v_x(t)$ é positivo?
5. Em que situação é que o declive da linha no gráfico $v_x(t)$ é negativo?

OK Necessito de rever esta página... Necessito de apoio para compreender esta página...



1 Os dados da figura abaixo referem-se ao movimento rectilíneo de um carro entre A e B. Os dados foram obtidos com um GPS, registando informação de segundo a segundo. Considere um eixo O*x* com origem O no ponto A e apontando para B. Durante quanto tempo se moveu o carro? E qual foi a distância percorrida?

2 Descreva verbalmente o movimento do carro, referindo o que sucedeu à velocidade do carro, ao longo do tempo.

3 Descreva verbalmente o movimento do carro, referindo o que sucedeu à aceleração do carro, ao longo do tempo.

4 Ao fim de 2,0 s, para onde apontava a velocidade do carro? E a aceleração?

5 Ao fim de 9,0 s, para onde apontava a velocidade do carro? E a aceleração?

6 Determine a componente escalar da velocidade, no referencial indicado, ao fim de 4,0 s.

7 Determine a componente escalar da velocidade, no referencial indicado, ao fim de 10,0 s.

8 É razoável admitir que entre 0 s e 6 s a aceleração foi praticamente constante. Porquê?

9 Calcule a componente escalar da aceleração do carro, em m/s^2, entre 0 s e 6 s, admitindo que foi constante.

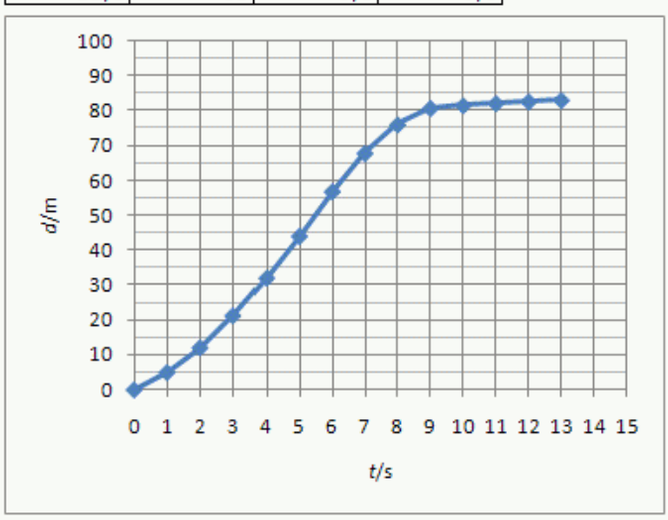
10 Verifique que a magnitude da aceleração do carro, em km/h por segundo, entre 0 s e 6 s, foi de 7,2 km/h por segundo, admitindo que foi constante.

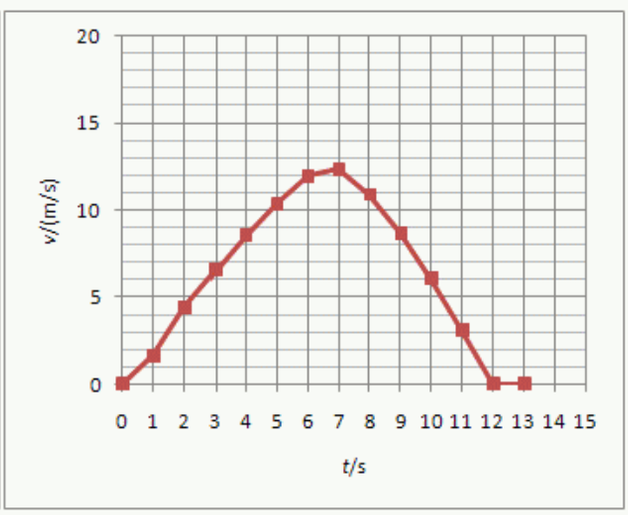
11 É razoável admitir que entre 8 s e 12 s a aceleração foi praticamente constante. Porquê?

12 Calcule a componente escalar da aceleração do carro, em m/s^2, entre 8 s e 12 s, admitindo que foi constante.

13 Verifique que a magnitude da aceleração do carro, em km/h por segundo, entre 8 s e 12 s, foi de 9,8 km/h por segundo, admitindo que foi constante.

t /s	*d*/m	*v*/(km/h)	*v*/(m/s)
0,0	0	0,0	0,0
1,0	5	5,9	1,6
2,0	12	15,9	4,4
3,0	21	23,7	6,6
4,0	32	30,8	8,6
5,0	44	37,3	10,4
6,0	57	43,2	12,0
7,0	68	44,6	12,4
8,0	76	39,3	10,9
9,0	81	31,3	8,7
10,0	82	21,9	6,1
11,0	82	11,1	3,1
12,0	83	0,0	0,0
13,0	83	0,0	0,0





Distância percorrida e área no gráfico velocidade-tempo

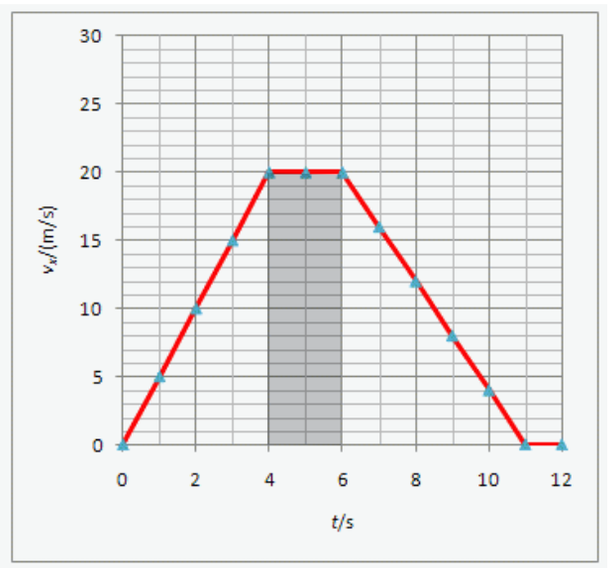
A partir de um gráfico velocidade-tempo é possível calcular a distância percorrida. Vejamos como, utilizando os dados que utilizámos na secção anterior.

Por exemplo, num intervalo de tempo em que a velocidade seja constante, multiplicando a velocidade pelo intervalo de tempo obtém-se a distância percorrida. Por exemplo, entre 4 s e 6 s, a velocidade manteve-se igual a 20 m/s. Logo, a distância percorrida foi

$$20\ \text{m/s} \times 2\ \text{s} = 40\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \times \text{s} = 40\ \text{m}$$

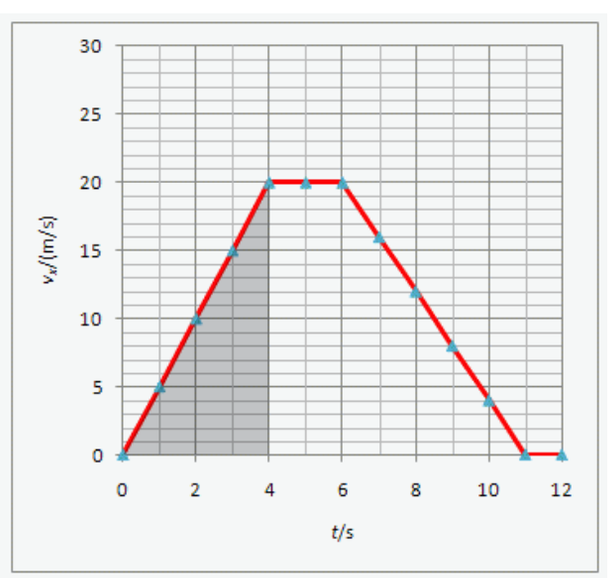
Este valor corresponde à área assinalada no gráfico velocidade-tempo, em baixo (área entre a linha do gráfico e o eixo do tempo).

De modo semelhante, se a velocidade for variável num certo intervalo de tempo, aumentando ou diminuindo, calculando a área entre a linha e o eixo do tempo, obtém-se a distância percorrida nesse intervalo de tempo, como se ilustra no segundo esquema.



Esta "área" representa a distância percorrida entre 4 s e 6 s:

$$20\ \text{m/s} \times 2\ \text{s} = 40\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \times \text{s} = 40\ \text{m}$$



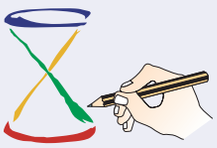
Esta "área" representa a distância percorrida entre 0 s e 4 s:

$$\frac{20\ \text{m/s} \times 4\ \text{s}}{2} = \frac{40\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \times \text{s}}{2} = 40\ \text{m}$$

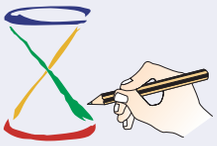
t/s	v/(m/s)	v_x/(m/s)	d/m
0	0	0	0
1	5	5	2,5
2	10	10	10,0
3	15	15	22,5
4	20	20	40,0
5	20	20	60,0
6	20	20	80,0
7	16	16	98,0
8	12	12	112,0
9	8	8	122,0
10	4	4	128,0
11	0	0	130,0
12	0	0	130,0
13	0	0	130,0
14	0	0	130,0

Nota: área de um triângulo:

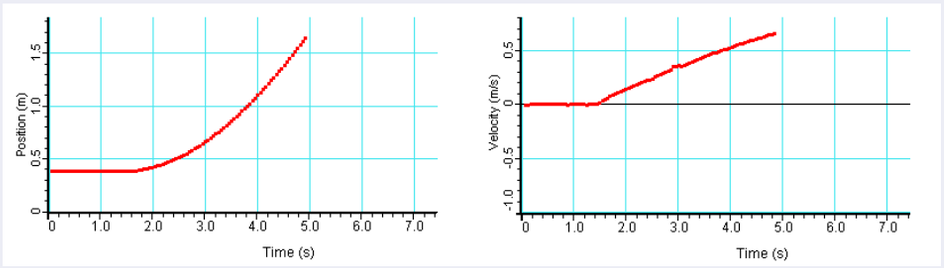
$$\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$



1. Calcule a distância percorrida pelo carro entre 0 s e 2 s (confirme o resultado na tabela).
2. Calcule a distância percorrida pelo carro entre 2 s e 4 s (confirme o resultado na tabela).
3. Calcule a distância percorrida pelo carro entre 8 s e 11 s (confirme o resultado na tabela).
4. Qual foi a distância percorrida entre 11 s e 12 s? Este resultado está de acordo com o processo de cálculo que utilizou para calcular os restantes valores da distância percorrida nos diferentes intervalos de tempo? Fundamente a resposta.



Os dados da figura abaixo referem-se ao movimento rectilíneo de um carrinho de laboratório (com propulsão a ventoinha!) em frente a um sensor de movimento.
O gráfico da esquerda representa a distância do carrinho ao sensor, em função do tempo decorrido. O segundo gráfico representa a magnitude da velocidade, em função do tempo.



1 No instante inicial, a que distância do sensor estava o carrinho? Durante quanto tempo se manteve nessa posição?

2 Entre t = 1,5 s e t = 4,0, quanto aumentou a velocidade do carrinho?

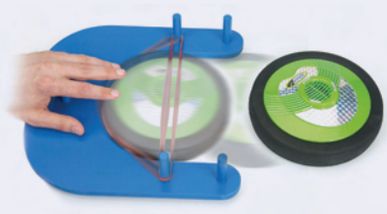
3 Determine a aceleração do carrinho, uma vez iniciado o movimento.

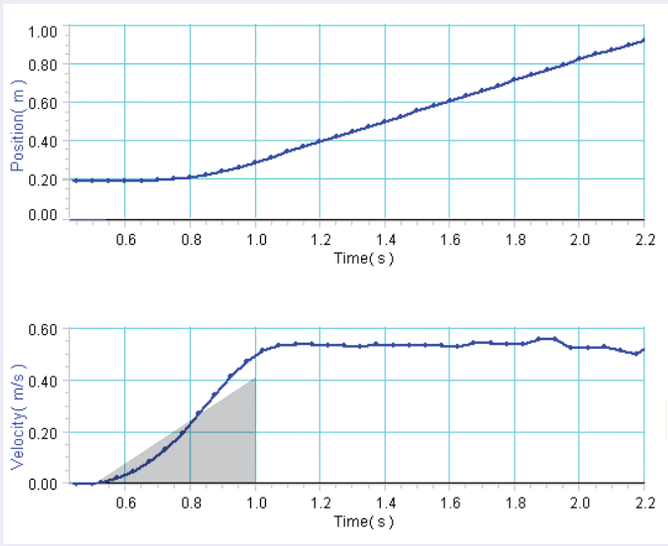
4 Que necessitaria conhecer para calcular a resultante das forças aplicadas no carrinho?

5 Determine a distância percorrida pelo carrinho entre t = 1,5 s e t = 4,0 s, utilizando o gráfico da velocidade.

6 Esse valor é coerente com o registado no gráfico da distância ao sensor? Fundamente a resposta.

Um pequeno disco de massa 1,0 kg possui um motor e uma ventoinha que expele ar, fazendo com que o disco "flutue" sobre uma mesa horizontal, devido ao ar expelido para baixo do disco. Os gráficos abaixo mostram a velocidade e a distância do disco ao sensor, após este ser lançado utilizando um elástico.





7 Faça um esquema da trajectória do disco, respeitando aproximadamente as escalas, a posição inicial do disco e a distância por ele percorrida.

8 A área assinalada a cinzento no gráfico da velocidade corresponde aproximadamente à distância percorrida entre t = 0,5 s e t = 1,0 s. Porquê?

9 Verifique que a área assinalada vale (0,40 m/s × 0,50 s) / 2. O valor obtido é coerente com o indicado pelo gráfico da distância ao sensor para a distância percorrida entre t = 0,5 s e t = 1,0 s? Fundamente a resposta.

10 Utilize o gráfico da velocidade para calcular a distância percorrida pelo disco entre 1,0 s e 2,0 s. O valor obtido é coerente com o indicado pelo gráfico da posição? Fundamente a resposta.

2.ª Lei de Newton: a aceleração é directamente proporcional à soma ou resultante das forças

Já vimos que a aceleração é a grandeza vectorial que mede a taxa instantânea da variação de velocidade com o tempo.

A 2.ª Lei de Newton relaciona a aceleração com a soma ou resultante das forças num objecto, considerado como partícula (quer dizer, admite-se que o objecto só tem movimento de translação e que as suas dimensões podem ser consideradas desprezáveis face ao deslocamento). Assim, de acordo com a **2.ª Lei de Newton**:

- A aceleração é directamente proporcional à soma ou resultante das forças que actuam numa partícula;
- A aceleração é inversamente proporcional à massa da partícula;
- A aceleração aponta para onde aponta a soma das forças.

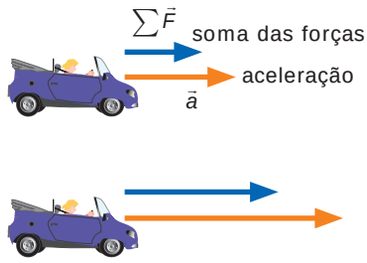
Ou seja:

- Quanto maior for a resultante das forças, maior é a aceleração da partícula;
- Quanto maior for massa, menor é a aceleração da partícula.

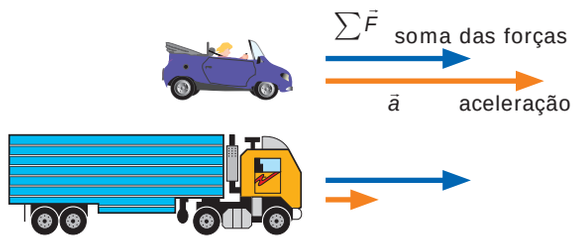
Estas relações de proporcionalidade são facilmente reconhecidas na interacção com os objectos que nos rodeiam... Por exemplo, todos sabemos que é mais difícil acelerar um camião que um pequeno carro... devido à maior massa do camião.

A massa do objecto é a grandeza física que mede a maior ou menor "facilidade" que o objecto tem em acelerar, mantendo constantes todas as restantes variáveis. Objectos com massa muito grande têm grande dificuldade em acelerar. Diz-se que têm grande **inércia**. A inércia é um termo que se utiliza precisamente com este sentido: grande inércia, grande massa, grande dificuldade em acelerar... A **massa** é, pois, a grandeza física que mede a inércia dos objectos. A unidade SI de massa é o quilograma.

A aceleração mede-se no SI em m/s^2 e a força em newtons (símbolo N). O newton é a intensidade da força que faz com que um objecto de 1 kg acelere 1 m/s^2.



Quanto maior for a soma das forças, maior é é a aceleração, mantendo todas as restantes variáveis constantes.



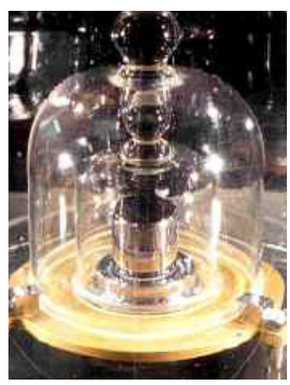
Quanto maior for a massa do objecto, menor é a aceleração, mantendo todas as restantes variáveis constantes.

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} \qquad a = \frac{\left|\sum \vec{F}\right|}{m}$$

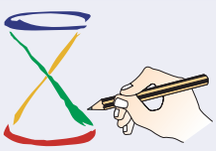
2.ª Lei de Newton

$$1\ m/s^2 = \frac{1\ N}{1\ kg}$$

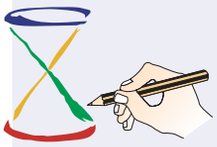
unidades SI de aceleração, força e massa



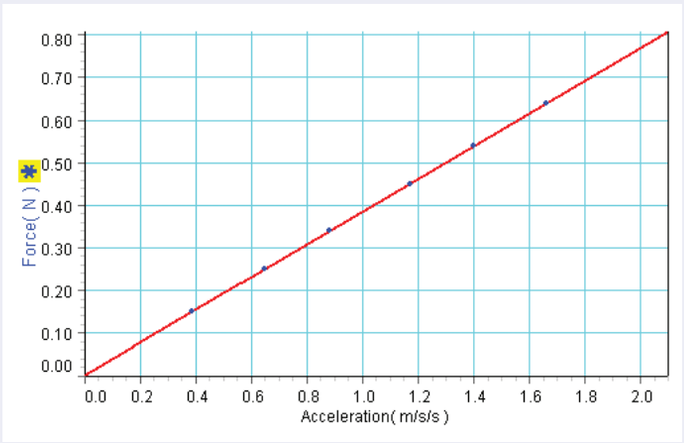
O quilograma é a unidade de massa do SI. Esta unidade é definida através de um cilindro metálico de 39 mm por 39 mm (na foto), guardado na organização internacional de pesos e medidas.



1. Se a resultante das forças numa partícula aumentar 5 vezes, quantas vezes aumenta a aceleração da partícula, mantendo todas as restantes variáveis constantes?
2. Qual é a relação entre a aceleração de uma partícula A e a aceleração de uma partícula B, submetidas a uma resultante de igual intensidade, se a massa de A for 5 vezes maior que a massa de B?
3. Pode afirmar-se que uma força de 2 N num objecto de 0,5 kg provoca uma aceleração de 4 m/s^2? Fundamente a resposta.



O gráfico mostra 6 pares (pontos azuis) de valores da intensidade da soma das forças e da aceleração, referentes ao mesmo objecto, em unidades SI.



1 Qual foi a intensidade da soma das forças que provocou a aceleração de 1,40 m/s^2?

2 Que aceleração adquiriu o objecto quando foi actuado por forças cuja soma era 0,34 N?

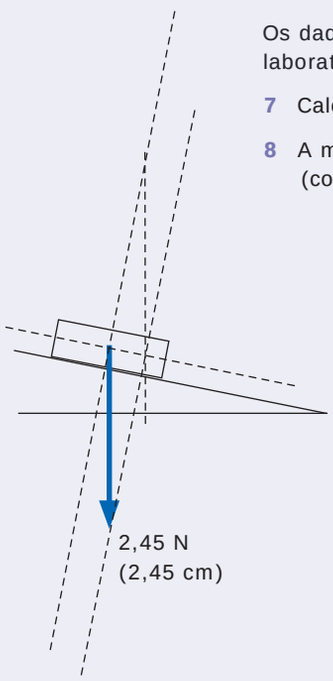
3 Se o objecto fosse actuado por forças cuja soma fosse 0,70 N, que aceleração adquiria?

4 Se o objecto fosse actuado por forças cuja soma fosse 1,00 N, que aceleração adquiria?

5 Qual era a massa do objecto? Fundamente a resposta.

6 Se a massa do objecto fosse duas vezes maior, que aceleração adquiria quando actuado por forças cuja soma for 1,00 N?

Os dados do gráfico abaixo referem-se ao movimento de um carrinho para experiências laboratoriais, num plano inclinado que faz um ângulo de 11º com a horizontal.



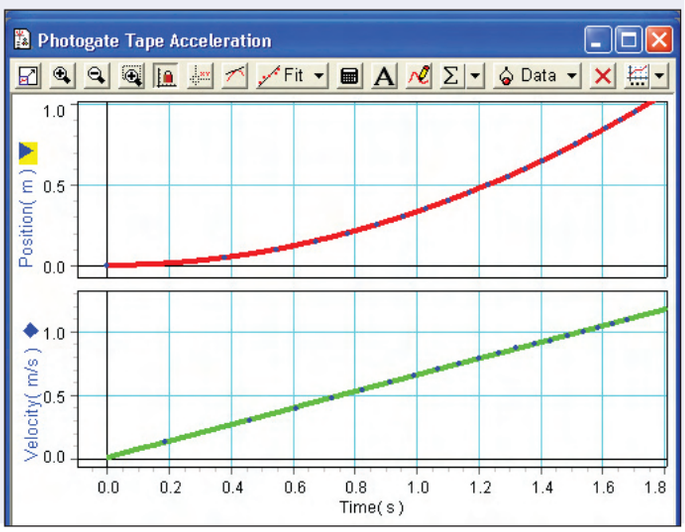
7 Calcule a aceleração do carro no plano inclinado.

8 A massa do carro é 0,250 kg. Qual é a magnitude da força gravítica no carro (considere g = 9,8 m/s^2)?

9 Verifique que a magnitude da soma das forças no carro vale 0,468 N.

10 Complete o esquema que representa as forças no carro, à escala, admitindo que a força de atrito é desprezável.

11 Calcule a magnitude da soma das forças no carro, a partir do diagrama de forças. Analise se esse valor é coerente com o obtido utilizando a 2.ª Lei de Newton.



Lei da gravitação universal: todos os objectos com massa atraem-se mutuamente

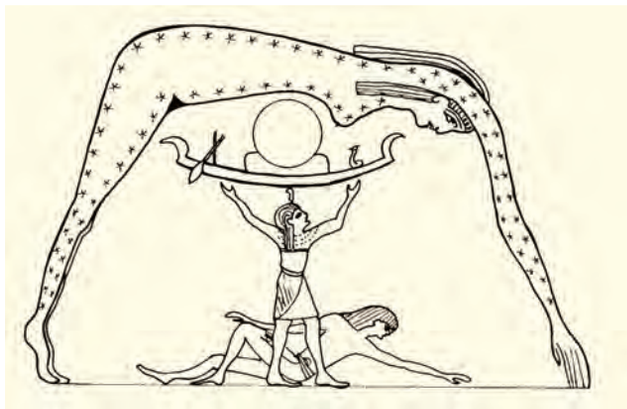
Os movimentos do astros foi desde sempre motivo de fascínio e admiração pela Humanidade, dando origem aos mais variados mitos. Isaac Newton foi a primeira pessoa a mostrar que o movimento dos astros, nomeadamente o movimento da Lua em volta da Terra, afinal podia ser descrito com as mesmas regras ou leis que o movimento dos objectos na Terra.

De facto, Newton mostrou que *o céu não era um lugar especial*, com regras distintas das que se aplicavam aos objectos que se moviam na Terra, ao contrário do que afirmavam a maioria dos pensadores antes de Newton.

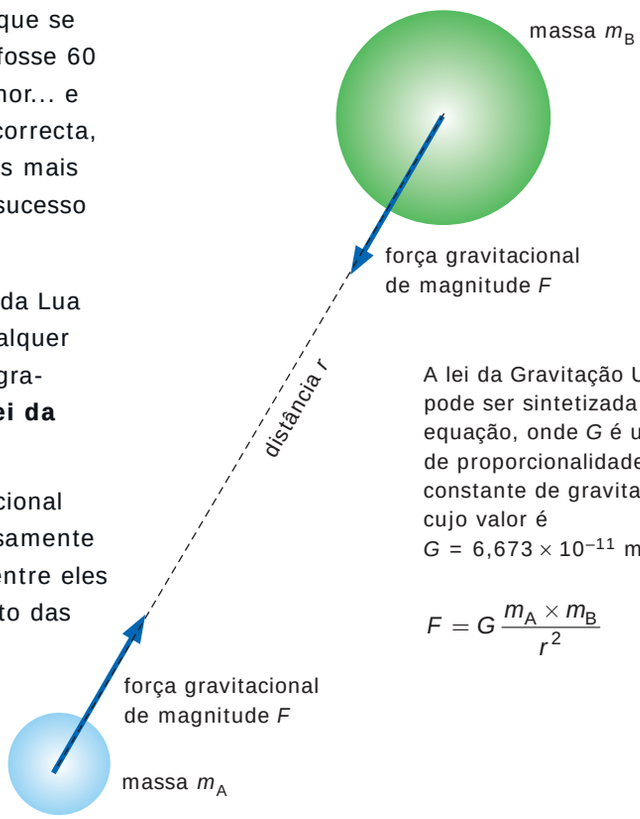
Por exemplo, através de cálculos relativamente simples, concluiu que a aceleração da Lua em volta da Terra deveria ser $60^2 = 3600$ vezes mais pequena que a aceleração de um objecto (uma maçã, por exemplo) em queda livre na superfície da Terra... porque a Lua estava 60 vezes mais distante do centro da Terra que a maçã. Quer dizer, Newton previu que se a distância de um objecto ao centro da Terra fosse 60 vezes maior, a aceleração seria 60^2 vezes menor... e conseguiu verificar que essa previsão estava correcta, calculando a aceleração da Lua, como veremos mais adiante. Este facto contribuiu para o enorme sucesso das suas ideias no século XVIII.

Newton descobriu, pois, que o movimento da Lua e de todos os outros astros, bem como de qualquer objecto à superfície da Terra, sob a acção da gravidade, obedecia à seguinte lei, a chamada **Lei da Gravitação Universal**:

> A intensidade da força atractiva gravitacional entre dois objectos do Universo é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre eles e é directamente proporcional ao produto das massa dos objectos.

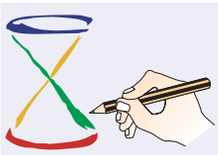


Um dos muitos mitos sobre o céu: segundo os egípcios, as estrelas estavam no corpo da deusa Nut, encurvada sobre Geia, a deusa da Terra. Shu, o deus do ar, segurava o barco onde o Sol se deslocava. O Sol passava as horas da noite numa caverna, lutando contra uma serpente que vivia nas profundezas do rio Nilo. Durante os eclipses do Sol, a serpente engolia o Sol...



A lei da Gravitação Universal pode ser sintetizada na seguinte equação, onde G é uma constante de proporcionalidade, a chamada constante de gravitação universal, cujo valor é $G = 6{,}673 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}}$:

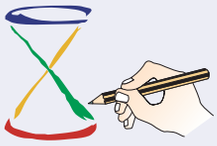
$$F = G\frac{m_A \times m_B}{r^2}$$



1 Entre dois objectos de massa igual a 1 unidade e à distância d a força gravitacional vale $F = G\ (1 \times 1)/d^2 = G/d^2$. Se a distância aumentar para $2d$, a força gravitacional passa a valer

$$F = G\frac{1\times 1}{(2d)^2} = \frac{G}{4d^2} = \frac{1}{4}\frac{G}{d^2}$$

Portanto, aumentando a distância duas vezes, a força diminui para 1/4 do valor inicial. Proceda de modo semelhante para verificar que aumentando a distância 4 vezes, a força diminui para 1/16 do valor inicial.



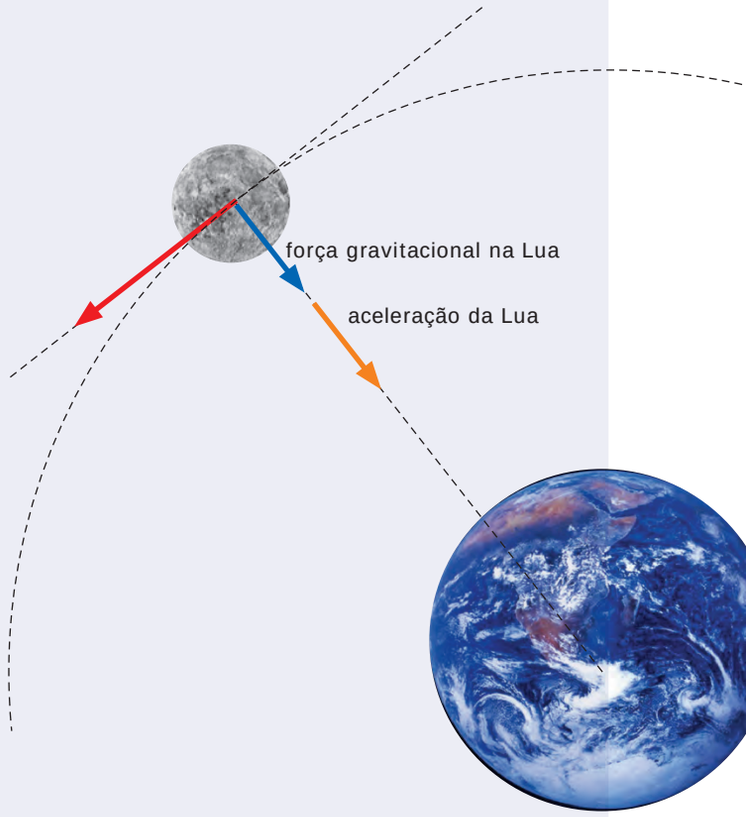
A massa da Lua é $7{,}4 \times 10^{22}$ kg e a massa da Terra é $6{,}0 \times 10^{24}$ kg. A distância média do centro da Terra ao centro da Lua vale 384 mil quilómetros.

1 Verifique que a força gravitacional exercida pela Terra na Lua tem a magnitude de $2{,}0 \times 10^{20}$ newtons.

2 E qual é a intensidade da força gravitacional exercida pela Lua na Terra? Represente essa força no esquema ao lado, tendo em conta a escala utilizada para representar a força gravitacional na Lua.

3 Se a distância da Terra à Lua aumentasse para o dobro, que valor teria a magnitude da força gravitacional exercida na Lua pela Terra? E a magnitude da força exercida na Terra pela Lua?

4 Se a distância da Terra à Lua aumentasse para o triplo, que valor teria a magnitude da força gravitacional exercida na Lua pela Terra? E a magnitude da força exercida na Terra pela Lua?



A figura ao lado mostra uma maçã à superfície da Terra (evidentemente, esta figura não respeita as escalas relativas da maçã e da Terra).

Admita que a massa da maçã é 200 g e que a distância da maçã ao centro da Terra é 6 378 quilómetros. Utilize para a massa da Terra um valor com mais algarismos significativos que nas questões acima:
massa da Terra = $5{,}974 \times 10^{24}$ kg.

5 Verifique que a força gravitacional exercida pela Terra na maçã tem a magnitude de 1,96 newtons.

6 E qual é a intensidade da força gravitacional exercida pela maçã na Terra?

7 Já sabe desde os anos anteriores que a força gravitacional num objecto à superfície da Terra pode ser calculada multiplicando a massa do objecto pela aceleração da gravidade. Verifique que obtém o mesmo valor...

8 Represente a força gravitacional na maçã, exercida pela Terra, e a força gravitacional na Terra, exercida pela maçã. Estas forças constituem um par acção-reacção? Fundamente a resposta.

O efeito das forças: modificar a velocidade!

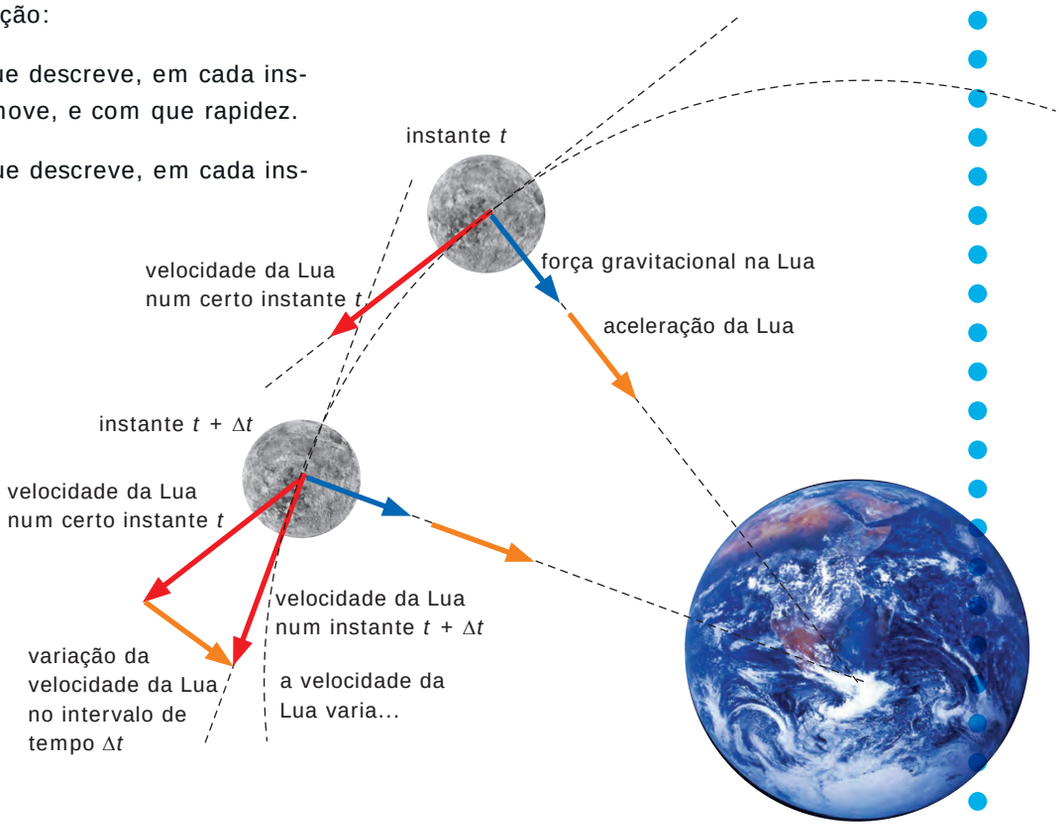
A teoria newtoniana definiu com rigor matemático os conceitos de força, velocidade e aceleração:

A **velocidade** é a grandeza que descreve, em cada instante, para onde um objecto se move, e com que rapidez.

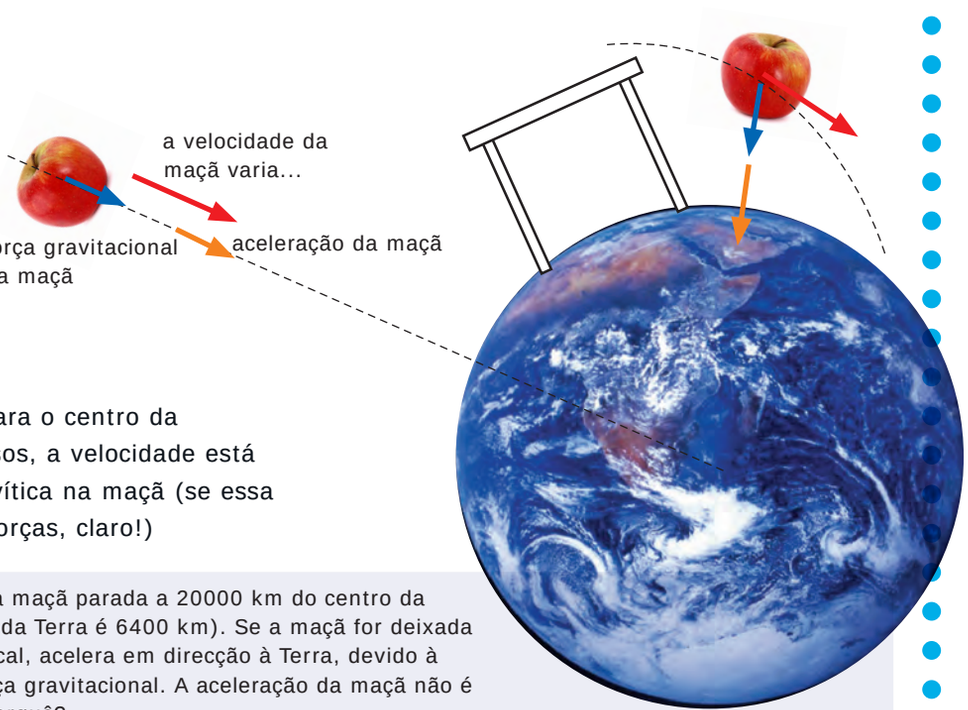
A **aceleração** é a grandeza que descreve, em cada instante, para onde está a velocidade a variar e se essa variação é rápida ou lenta.

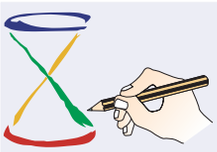
A **força**, ou melhor, a soma das forças, é a grandeza que determina qual é a direcção e a magnitude da aceleração, tendo em conta a massa do objecto.

Estas definições são válidas, qualquer que seja o objecto ou o tipo de força. Se for um satélite em órbita aproximadamente circular, como é o caso da Lua, a força e a aceleração apontam para o centro da Terra e a velocidade é tangente à trajectória da Lua.



Se for uma maçã a cair para a Terra, na vertical, sucede o mesmo (neste caso, a velocidade é simultaneamente tangente e coincidente com a trajectória). Se for uma maçã lançada de uma mesa, a trajectória é curvilínea, a velocidade é tangente à trajectória e quer a força quer a aceleração apontam para o centro da Terra. Claro que em qualquer dos casos, a velocidade está a variar, devido à acção da força gravítica na maçã (se essa força não for equilibrada por outras forças, claro!)





1 Imagine uma maçã parada a 20000 km do centro da Terra (o raio da Terra é 6400 km). Se a maçã for deixada cair, na vertical, acelera em direcção à Terra, devido à acção da força gravitacional. A aceleração da maçã não é constante. Porquê?

2 Quando a maça atinge o ponto a 10000 km do centro da Terra, a sua aceleração é 4 vezes maior do que a que possuía a 20000 km. Porquê?

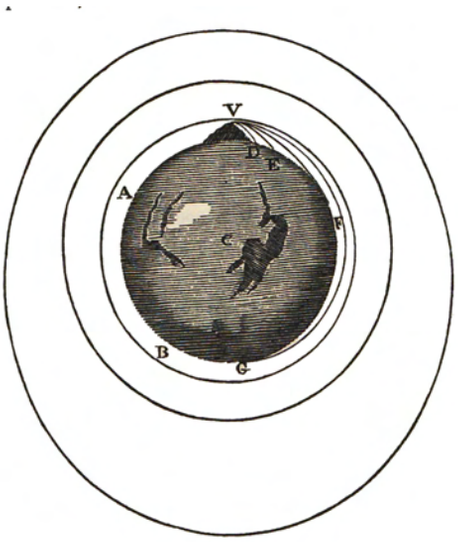
Entrar em órbita ou cair na Terra? A ideia genial de Newton

As ideias de Newton foram revolucionárias, em vários sentidos. Pela primeira vez, conceitos como força e velocidade eram definidos com todo o rigor matemático. Por outro lado, o movimento foi explicado com base em conceitos quantitativos, que poderiam ser testados de modo a verificar se conduziam a previsões que estavam de acordo com a experiência.

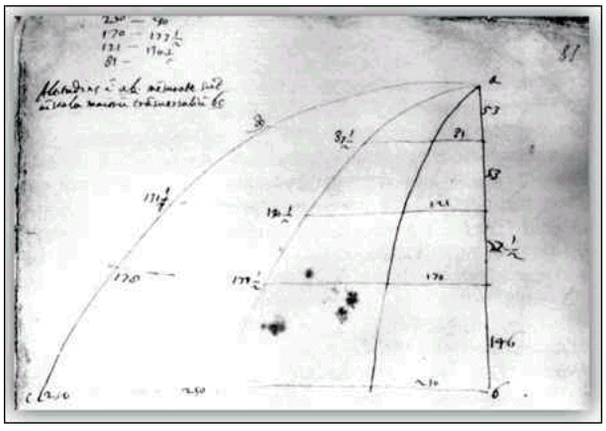
Além de descrições matemáticas, Newton usou imagens para expor as suas ideias. Ao lado está uma das mais famosas imagens de Newton: nela mostra que, sendo a Terra uma enorme esfera, um projéctil lançado com uma velocidade inicial cada vez maior, atinge um alcance também cada vez maior... Mas como a Terra é redonda, se a velocidade inicial for suficientemente grande, então o projéctil pode dar a volta à Terra! Quer dizer, um projéctil pode entrar em órbita! Logo, concluiu Newton, o movimento de um projéctil é semelhante ao movimento de um satélite, como a Lua...

E porque não cai a Lua na Terra? Bem, **de facto, a Lua cai para a Terra... mas não cai na Terra...**

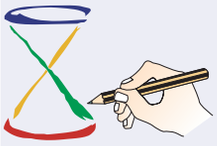
Se a velocidade da Lua fosse nula, cairia para a Terra, a direito, como qualquer objecto que é deixado cair. Mas, como a velocidade da Lua é suficientemente grande (aproximadamente 1000 m/s), a Lua mantém-se numa órbita sempre acima da superfície terrestre (felizmente!).



Um desenho de Newton que ilustra a ideia segundo a qual um projéctil, lançado de uma montanha suficientemente alta, com velocidade inicial adequada, poderia entrar em órbita.



Antes de Newton, já Galileu tinha estudado o movimento dos projécteis e concluído que o movimento de um projéctil tinha a mesma aceleração que qualquer objecto deixado cair. Na imagem, um manuscrito de Galileu: o movimento de três projécteis lançados horizontalmente, com diferentes velocidades é comparado com a queda livre (movimento vertical).

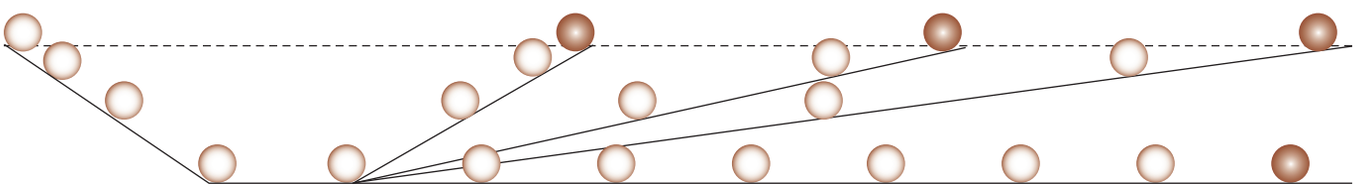


1. Para onde aponta a força gravitacional nos diferentes projécteis no desenho de Galileu (ver acima)?
2. Que há de comum entre a força gravitacional nesses projécteis e a força gravitacional no objecto que cai na vertical?
3. Uma vez lançado um projéctil do cimo de uma montanha na Terra, aquele fica submetido apenas à força gravitacional exercida pela Terra? Poderá então um projéctil entrar em órbita nessas condições? Fundamente a resposta.

1.ª Lei de Newton: soma das forças nula, objecto em repouso ou em movimento uniforme e rectilíneo!

Newton resumiu as suas ideias sobre os objectos em movimento nas **leis do movimento**, isto é, em três regularidades que se verificam em todos os movimentos. Já vimos atrás o que afirma a 3.ª lei (lei da acção-reacção) e a 2.ª lei (lei da proporcionalidade entre aceleração e resultante das forças). Falta-nos ver o que afirma a 1.ª lei.

A 1.ª lei já tinha sido descoberta por Galileu algumas dezenas de anos antes. De facto, *Galileu concluíra que um objecto em movimento poderia continuar eternamente em movimento, desde que não existissem forças que o obrigassem a travar...* A forma como Galileu concluiu isto é muito simples: um objecto que é deixado cair numa calha, como a da figura abaixo, tende a atingir a altura do ponto de partida, se a esfera e a calha estiverem muito bem polidas, de modo a não existirem atritos. Logo, se o plano inclinado da direita for muito pouco inclinado, a esfera percorre uma distância cada vez maior... E se a inclinação for nula (o plano será então sempre horizontal), então a esfera nunca mais parará...

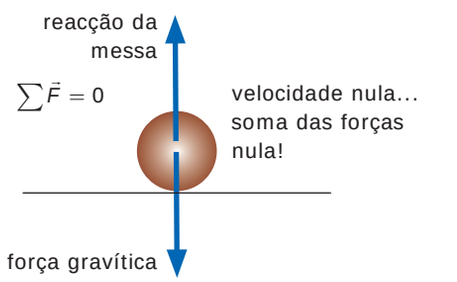


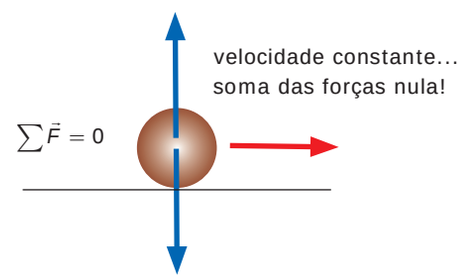
Este é um exemplo de uma **"experiência imaginada"**, isto é uma "experiência mental" que na realidade nunca poderá ser executada, pelo menos exactamente como foi pensada. Galileu foi provavelmente a primeira pessoa a recorrer a experiências imaginadas para defender as suas ideias. Desde então, este tipo de experiências têm desempenhado um papel muito importante na Ciência.

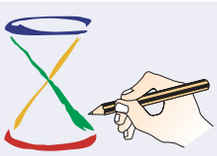
A chamada **1.ª lei de Newton** estabelece simplesmente que:

- **um objecto continuará no seu estado de repouso ou de movimento com velocidade constante, em linha recta, se a soma das forças que nele actuarem for nula ou se não for actuado por qualquer força**.

Segundo esta lei (também conhecida por **lei da inércia**), repouso e movimento rectilíneo, com velocidade constante, são situações físicas semelhantes, porque em qualquer dos casos a resultante das forças é nula (o facto de estar parado não significa, pois, que não actuem forças...!).







1 As duas forças indicadas em qualquer dos dois diagramas acima não constituem um par acção-reacção. Porquê?

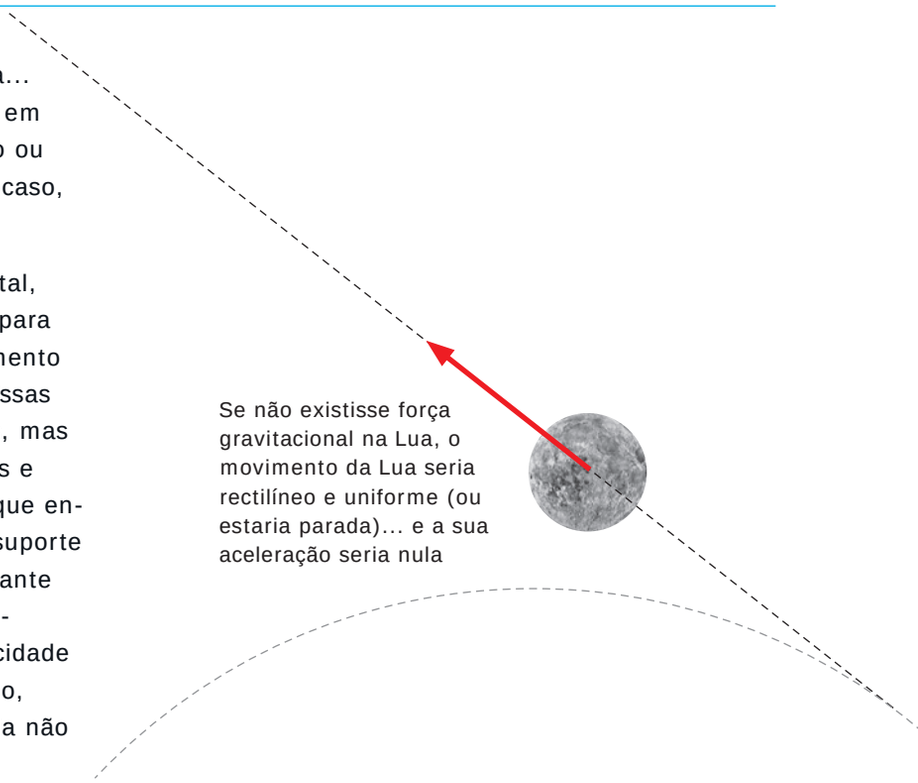
2 Um carro está parado durante 10 segundos. Em seguida, durante 20 s, acelera e atinge a velocidade de 50 km/h. Uma vez atingidos os 50 km/h, estabiliza a velocidade numa trajectória rectilínea, durante 30 s. Esquematize o movimento e indique em que intervalo(s) de tempo foi nula a resultante das forças no carro.

3 Durante o percurso com velocidade constante, a força exercida pelo motor foi nula? Fundamente a resposta.

1.ª Lei de Newton: soma das forças nula, objecto em repouso ou movimento uniforme e rectilíneo!

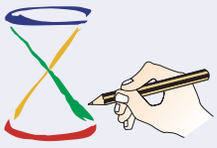
A 1.ª Lei de Newton parece ser contra-intuitiva... Na nossa experiência do dia a dia, um objecto em movimento, assim que deixa de ser empurrado ou puxado, acaba por parar. Mas, de facto, nesse caso, a resultante das forças não é nula!

Mesmo numa mesa completamente horizontal, muito bem polida, com um produto adequado para escorregar melhor, qualquer objecto em movimento é actuado por forças de resistência e atritos. Essas forças podem ter intensidades muito pequenas, mas não são nulas. Em certos laboratórios escolares e centros de ciência, há umas mesas de ar, em que entre os objectos em movimento e o respectivo suporte é criada uma almofada de ar, que diminui bastante as forças de resistência. Nessas condições, empurra-se um objecto e este move-se com velocidade constante durante bastante tempo! Mas, é claro, acaba por parar, porque as forças de resistência não foram completamente anuladas.



Se não existisse força gravitacional na Lua, o movimento da Lua seria rectilíneo e uniforme (ou estaria parada)... e a sua aceleração seria nula

Em conclusão: velocidade constante, soma das forças nula, movimento rectilíneo ou repouso! Esta equivalência entre as situações de repouso e movimento rectilíneo com velocidade constante pode parecer algo estranha. Mas todos "sentimos" que é mesmo assim. Quando vamos num carro, em linha recta e com velocidade constante, estamos à vontade: nem somos empurrados contra o banco, nem para a frente, nem para os lados, tal e qual como quando estamos num carro parado. Mas, se o carro descreve uma curva, arranca ou trava, isto é, se tem aceleração, sentimos claramente a mudança de velocidade. **De facto, não sentimos a velocidade, mas sentimos a aceleração! A velocidade constante, mesmo que muito elevada, não nos perturba, pois só damos conta da variação de velocidade, isto é, da aceleração...**



1 A velocidade da Terra em volta do Sol é de 30 km/s = 30 000 m/s e a magnitude da aceleração da Terra é 0,006 m/s^2. Quer dizer, a aceleração da Terra em volta do Sol é muito pequena, porque o raio da órbita é muito grande. Que têm estes dados a ver com o facto de não "sentirmos" que vamos a 30 km/s, juntamente com a Terra?

2 O Sol move-se em torno do centro da Galáxia com uma velocidade de 220 km/s. A Terra acompanha o Sol... nós acompanhamos a Terra... Porque não sentimos que vamos tão depressa?

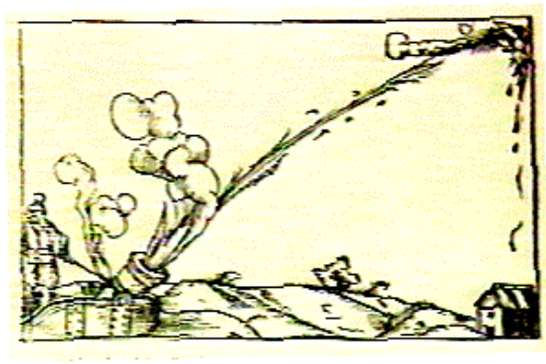
Porque se movem os objectos: as ideias de Aristóteles (século IV a.C) comparadas com as de Galileu e Newton

Os filósofos gregos da Antiguidade estavam divididos acerca das razões pelas quais os objectos se moviam. **Alguns até argumentavam que o movimento era uma ilusão, porque não era inteligível.** Por exemplo, não compreendiam como é que uma coisa podia ir de A até B se primeiro tinha de ir até metade da distância entre A e B, mas para ir até metade da distância tinha de ir até 1/4, e para ir até um quarto tinha de ir até 1/8, etc. Logo, nunca poderia sair de onde estava... *porque havia sempre metade de metade de metade etc. da distância a percorrer!* Estavam, evidentemente, enganados...

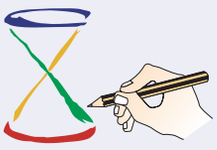
Foi **Aristóteles**, que sistematizou muito do pensamento da Antiguidade, quem fez uma teoria sobre o movimento que teve seguidores durante quase dois mil anos. Aristóteles distingue **"movimentos naturais"**, como a queda de um corpo, de **"movimentos forçados"**, como o lançamento de um projéctil. Segundo ele, todos os objectos tinham um **"lugar natural"**: por exemplo, o lugar natural dos objectos pesados era na Terra. No movimento "forçado" de um projéctil, o sistema de lançamento é responsável por "forçar" esse movimento no início e durante o percurso no ar o próprio ar empurra o projéctil, forçando-o a mover-se. Como? Simples... *o projéctil ao mover-se afasta o ar e, como não pode haver vazio, o ar em volta enche esse vazio, empurrando o projéctil*!

Galileu e Newton foram os principais autores das ideias actuais sobre o movimento. Recusaram as ideias de Aristóteles, baseadas em descrições qualitativas sobre as propriedades dos objectos e as características dos movimentos, e **definiram as grandezas físicas com base em equações matemáticas, rigorosas**. Força, aceleração, velocidade, etc., passaram a ter rigor matemático, em vez de serem apenas palavras com significado muito impreciso. E, claro, *associaram a aceleração de um corpo à soma das forças que se exercem no corpo: esta relação fundamental está na base da ciência moderna.*

Busto de Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.), um dos pensadores que mais influenciou as ideias no Ocidente. Escreveu sobre praticamente todos os assuntos, desde a Natureza até à literatura e política.



Para Aristóteles, os movimentos podiam ser "naturais" ou "forçados". Por exemplo, no movimento "forçado" de uma bala de canhão, ou de uma seta, o sistema de lançamento é responsável por "forçar" esse movimento no início e durante o percurso no ar é o próprio ar que empurra o projéctil: ao mover-se, o projéctil afasta o ar mas, como não pode haver vazio, o ar em volta enche esse vazio, empurrando o projéctil, forçando o seu movimento.



1. Qual é a principal diferença entre as ideias actuais sobre o movimento e as ideias de Aristóteles?
2. Porque razão alguns filósofos antigos diziam que o movimento era uma ilusão?
3. Lança-se uma bola, na vertical, para cima. Como é que se explica este movimento, de acordo com Aristóteles? E de acordo com as ideias de Galileu e Newton?

Queda na vertical com efeito de resistência do ar desprezável: movimento rectilíneo uniformemente acelerado

Galileu, no século XVII, foi o primeiro cientista a conseguir formular o **modelo matemático da distância percorrida por um objecto em queda livre**, quando a resistência do ar é desprezável. *Na realidade, como a queda livre é muito rápida, Galileu apenas conseguiu investigar o movimento em planos inclinados.* E, como uma queda vertical pode ser considerada um movimento num plano inclinado a 90º, extrapolou as suas conclusões. E estava certo.

Na figura está o resultado da utilização do modelo obtido por Galileu para uma queda de 45 m de altura (um pouco menos que a altura da célebre torre de Pisa onde, de acordo com a tradição, consta que Galileu fazia experiências deixando cair corpos do cimo da torre). A velocidade do objecto aumenta 10 metros por segundo em cada segundo. Esta variação da velocidade é constante. Quer dizer: **a aceleração da queda livre é constante** e a sua magnitude é de 10 m/s por cada segundo, isto é:

$$a = 10\,\frac{\text{m/s}}{\text{s}} = 10\,\frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 10\ \text{m/s}^2$$

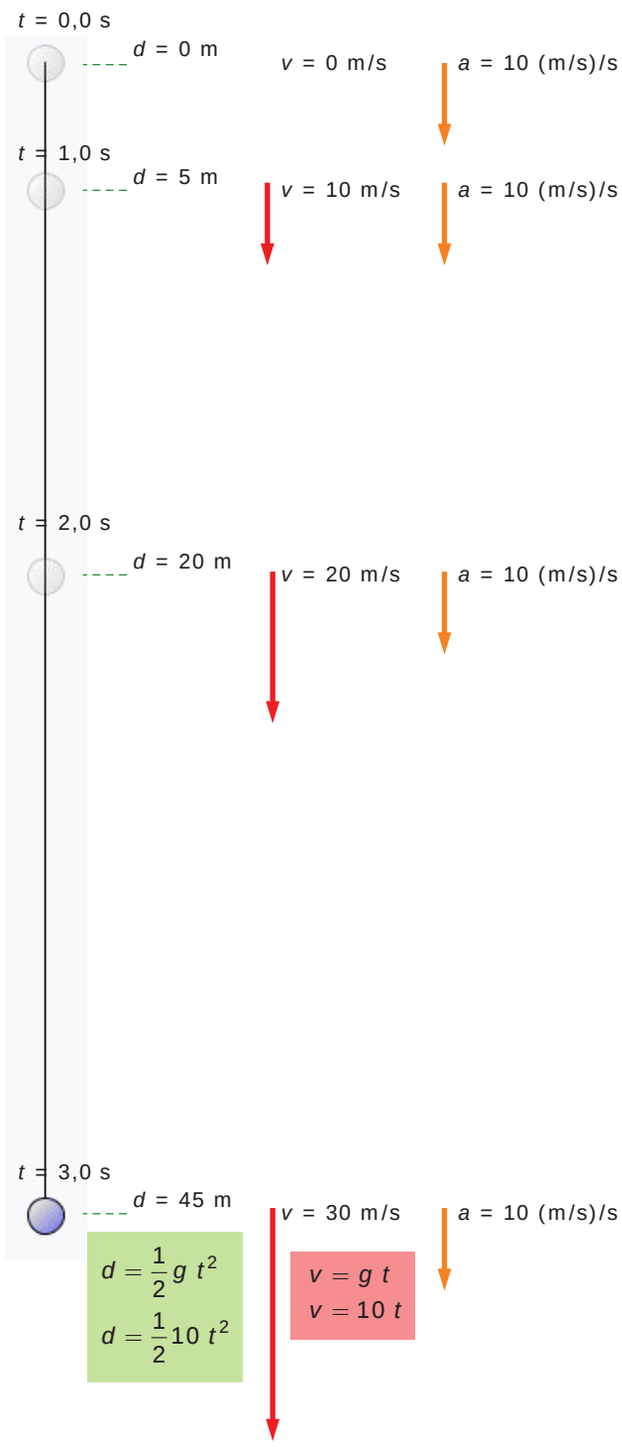
Como a aceleração é sempre a mesma, diz-se que o movimento de queda livre é **uniformemente acelerado**, ou seja, *a velocidade aumenta de modo uniforme com o tempo* (por outras palavras, aumenta proporcionalmente ao tempo decorrido). Se efectuássemos medições mais precisas da aceleração da queda livre, obteríamos o valor 9,8 m/s^2. No entanto, utilizaremos 10 m/s^2 sempre que não seja exigida grande precisão. A **aceleração da gravidade** representa-se por g.

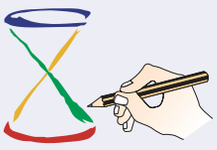
Num movimento uniformemente acelerado, iniciado a partir do repouso, a magnitude da **velocidade**, v, em cada instante t, é dado pela equação

$v = a\,t$ (ou por $v = g\,t$ na queda livre, porque $a = g$)

e a **distância percorrida**, d, pela equação

$$d = \frac{1}{2}a\,t^2 \qquad \text{(ou por } d = \frac{1}{2}g\,t^2 \text{ na queda livre)}$$





1 Construa uma tabela, em unidades SI, para um objecto em queda livre durante 4,0 s, representando os valores do tempo decorrido desde o início da queda, da distância percorrida, da velocidade e da aceleração, de 1,0 s em 1,0 s, admitindo que a resistência do ar é desprezável.

2 Calcule a distância percorrida e a velocidade que um objecto em queda livre atinge ao fim de 2,5 s, admitindo que a resistência do ar é desprezável.

Posição de um objecto em queda livre, num referencial *Oxy*

Vejamos agora como é que o movimento de queda livre, sendo desprezável a resistência do ar, pode ser descrito num referencial *Oxy*.

Escolhamos a origem do referencial no solo, com o eixo *Oy* vertical, apontando para cima. Se a queda se iniciar à altura *h*, a posição no instante inicial é igual a essa altura. Representando essa posição inicial por y_0, podemos escrever:

$$y_0 = h$$

Se *y* representar a coordenada vertical do objecto, decorrido o intervalo de tempo *t*, desde o início da queda, podemos escrever que a distância percorrida *d* é dada por:

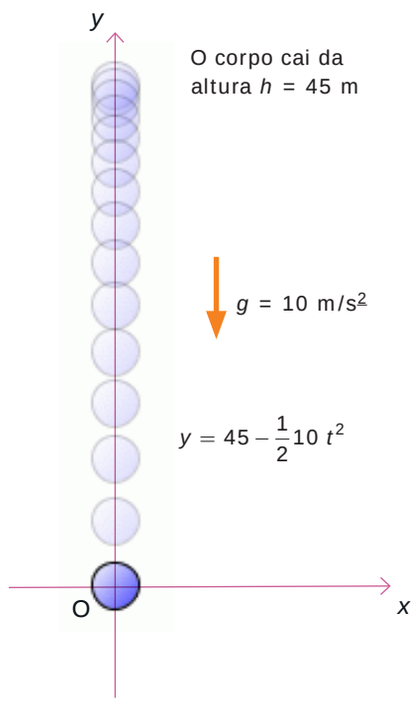
$$d = h - y$$

Como já vimos que $d = 1/2\ g\ t^2$, vem, sucessivamente:

$$d = h - y$$

$$\frac{1}{2} g\ t^2 = h - y$$

$$y = h - \frac{1}{2} g\ t^2$$

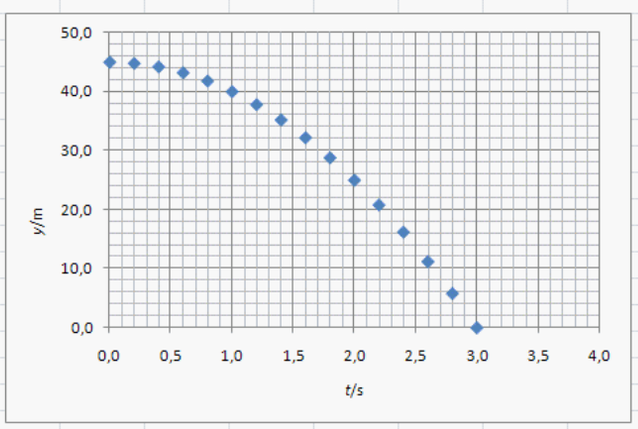


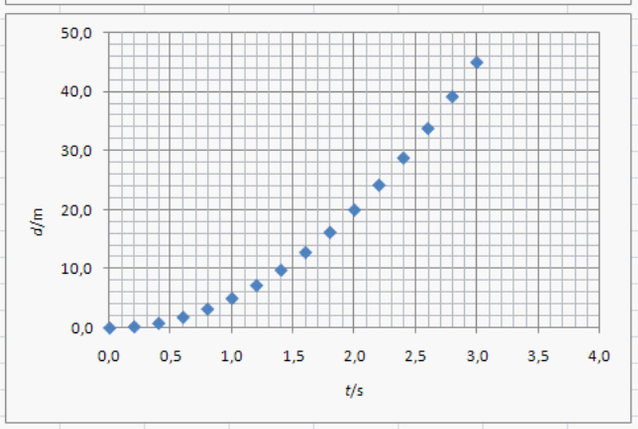
Esta última equação mostra, pois, como se pode calcular a coordenada vertical *y* ao longo do tempo *t*, durante a queda da altura *h*. Por exemplo, para o caso da queda de 45 m de altura, vem

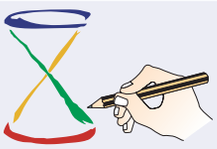
$$y = 45 - \frac{1}{2} 10\ t^2 \quad ,$$

com todas as grandezas expressas em unidades SI (posições em metros, aceleração em m/s^2 e tempo em segundos). A figura ao lado mostra uma tabela referente a este modelo, bem como o gráfico de *y* e de *d* em função de *t*, para valores de *t* de 0,2 s em 0,2 s.

t/s	*y*/m	*d*/m
0,0	45,0	0,0
0,2	44,8	0,2
0,4	44,2	0,8
0,6	43,2	1,8
0,8	41,8	3,2
1,0	40,0	5,0
1,2	37,8	7,2
1,4	35,2	9,8
1,6	32,2	12,8
1,8	28,8	16,2
2,0	25,0	20,0
2,2	20,8	24,2
2,4	16,2	28,8
2,6	11,2	33,8
2,8	5,8	39,2
3,0	0,0	45,0







1 Para o instante em que o corpo passa na posição $y = 20$ m podemos escrever a seguinte equação: $20 = 45 - {}^1/_2 \times 10\ t^2$. Resolva esta equação e verifique que a solução é $t = 2{,}24$ s. A que intervalo de tempo corresponde este valor?

2 Quanto tempo demora o corpo a atingir o solo? Obtenha esse valor directamente no gráfico e resolvendo uma equação adequada.

3 Que distância percorre o corpo em queda em 2,5 s? E a que altura se encontra?

Componente escalar da velocidade de um objecto em queda livre, num referencial *Oxy*

Vejamos agora como descrever matematicamente a velocidade do corpo em queda livre, sendo desprezável a resistência do ar, num referencial *Oxy*.

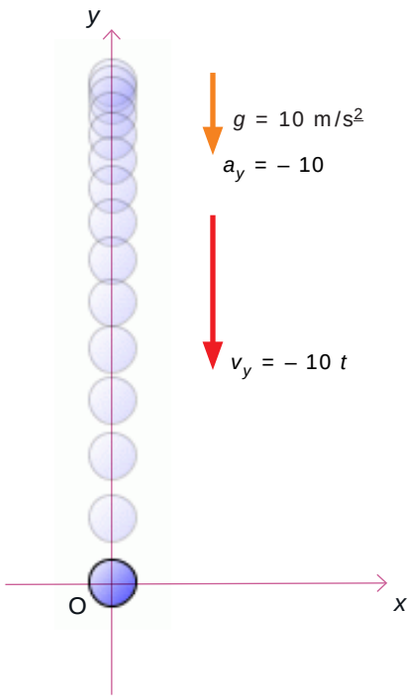
Como se admite que o corpo é deixado cair, a sua velocidade no instante em que se começa a medir o tempo é nula.

A aceleração da gravidade é 10 m/s em cada segundo, isto é, é 10 (m/s)/s = 10 m/s^2. Portanto, a velocidade aumenta 10 m/s em cada segundo. Logo, podemos escrever que ao fim do tempo t vale

$$v = 10\ t$$

Esta equação permite, pois, calcular a magnitude da velocidade v, em cada instante t.

E como exprimir a componente escalar da velocidade, v_y, no eixo *Oy*?



Sabemos que a aceleração da gravidade aponta para baixo e que o eixo *Oy* aponta para cima. Assim, a componente escalar a_y da aceleração é sempre negativa e vale

$$a_y = -10 \text{ m/s}^2$$

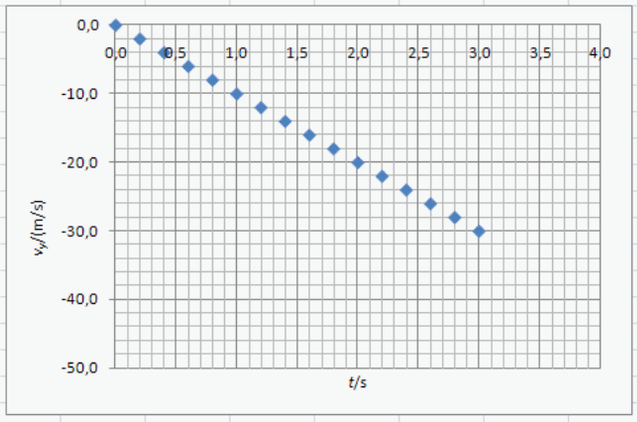
Deste modo, podemos escrever que em cada instante t a componente escalar da velocidade é dada pela equação

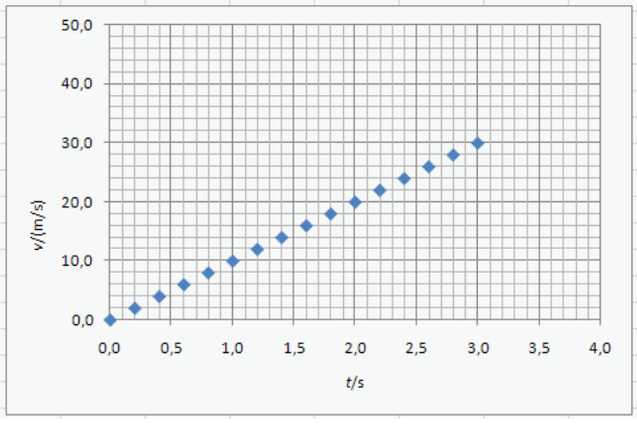
$$v_y = -10\ t \ ,$$

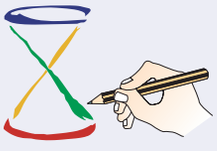
com todas as quantidades em unidades SI.

A figura ao lado mostra uma tabela referente a este modelo, bem como o gráfico de v_y e de v em função de t, para valores de t de 0,2 s em 0,2 s.

t/s	v_y/(m/s)	v/(m/s)
0,0	0,0	0,0
0,2	-2,0	2,0
0,4	-4,0	4,0
0,6	-6,0	6,0
0,8	-8,0	8,0
1,0	-10,0	10,0
1,2	-12,0	12,0
1,4	-14,0	14,0
1,6	-16,0	16,0
1,8	-18,0	18,0
2,0	-20,0	20,0
2,2	-22,0	22,0
2,4	-24,0	24,0
2,6	-26,0	26,0
2,8	-28,0	28,0
3,0	-30,0	30,0







1 Para o instante em que o corpo atinge a velocidade de componente $v_y = -15$ m/s podemos escrever a seguinte equação: $-15 = -10\ t$. Resolva esta equação e verifique que a solução é $t = 1{,}5$ s. A que intervalo de tempo corresponde este valor?

2 Quanto tempo demora o corpo a atingir uma velocidade em que $v_y = -2{,}2$ m/s? Obtenha esse valor directamente no gráfico e resolvendo uma equação adequada.

3 Qual é a magnitude da velocidade do corpo em queda ao fim de 2,5 s?

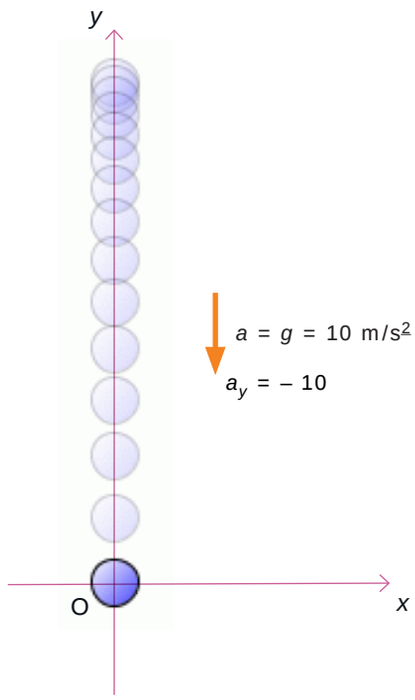
Aceleração e componente escalar da aceleração de um objecto em queda livre, num referencial *Oxy*

Falta-nos ainda observar o gráfico da aceleração no movimento de queda livre, quando a resistência do ar é desprezável.

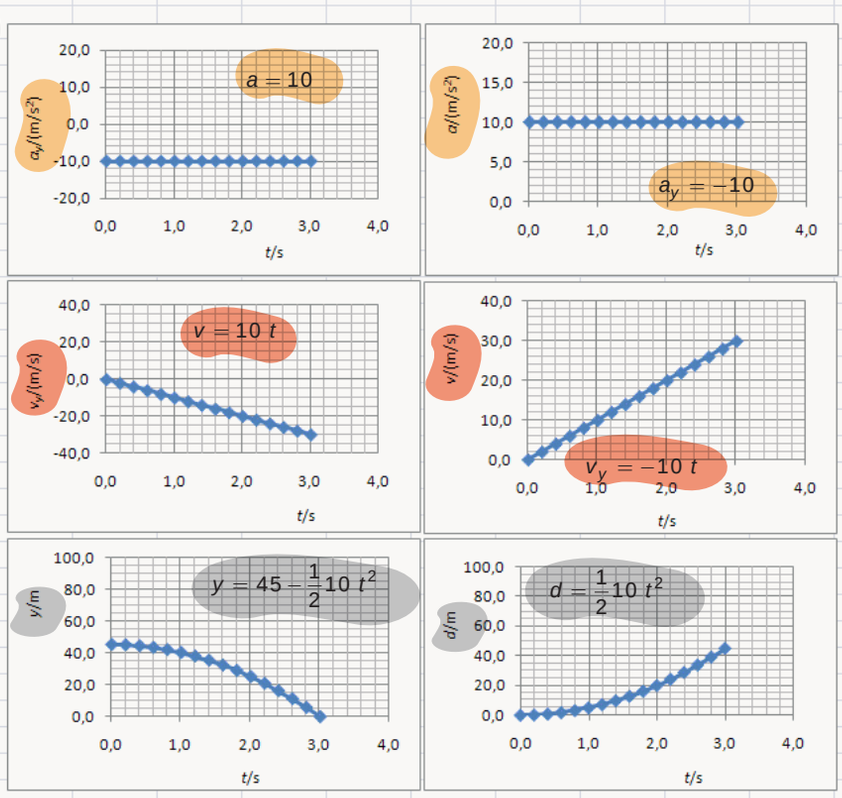
Esta **aceleração** mantém-se constante, ao longo da queda (a velocidade aumenta sempre 10 m/s em cada segundo...). Portanto, se representarmos a magnitude da aceleração ao longo do tempo, obtemos o gráfico de uma função constante.

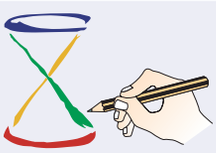
E se representarmos a componente escalar da aceleração, no referencial *Oxy* indicado, obtemos igualmente o gráfico de uma função constante, mas de valor –10 m/s^2, devido ao facto do eixo *Oy* apontar para cima.

A tabela e os gráficos abaixo mostram os valores de todas as grandezas referidas nesta e nas páginas anteriores, para o caso da queda se iniciar à altura de 45 m.



t/s	a_y/(m/s²)	a/(m/s²)	v_y/(m/s)	v/(m/s)	y/m	d/m
0,0	-10,0	10,0	0,0	0,0	45,0	0,0
0,2	-10,0	10,0	-2,0	2,0	44,8	0,2
0,4	-10,0	10,0	-4,0	4,0	44,2	0,8
0,6	-10,0	10,0	-6,0	6,0	43,2	1,8
0,8	-10,0	10,0	-8,0	8,0	41,8	3,2
1,0	-10,0	10,0	-10,0	10,0	40,0	5,0
1,2	-10,0	10,0	-12,0	12,0	37,8	7,2
1,4	-10,0	10,0	-14,0	14,0	35,2	9,8
1,6	-10,0	10,0	-16,0	16,0	32,2	12,8
1,8	-10,0	10,0	-18,0	18,0	28,8	16,2
2,0	-10,0	10,0	-20,0	20,0	25,0	20,0
2,2	-10,0	10,0	-22,0	22,0	20,8	24,2
2,4	-10,0	10,0	-24,0	24,0	16,2	28,8
2,6	-10,0	10,0	-26,0	26,0	11,2	33,8
2,8	-10,0	10,0	-28,0	28,0	5,8	39,2
3,0	-10,0	10,0	-30,0	30,0	0,0	45,0

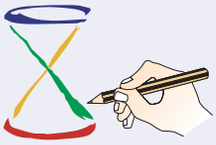




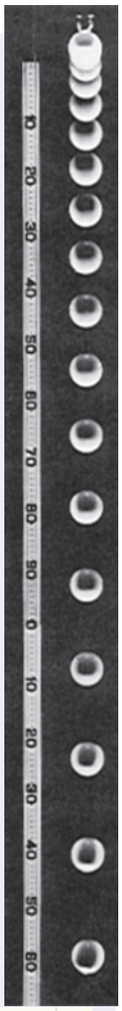
1 Construa uma tabela semelhante à tabela acima para o caso de um objecto que cai da altura de 20 m. Escolha um referencial adequado.

2 Elabore os gráficos das grandezas da tabela, utilizando escalas adequadas.

3 Qual é o domínio da variável independente *t* nas funções das grandezas, para o caso da queda de 20 m? E qual é o contra-domínio das grandezas dependentes a_y, *a*, v_y, *v*, *y* e *d*?



Observe a foto estroboscópica à direita. Entre cada imagem decorreu 1/30 do segundo. A régua está marcada em cm. Admita que a esfera tem massa m = 0,10 kg.



1 Qual é a distância percorrida na queda, até à posição onde está a última imagem? E quanto decorreu desde o início da queda?

2 Qual deve ser a velocidade da esfera na posição correspondente à última imagem, tendo em conta que a aceleração da gravidade vale 10 m/s^2? Fundamente a resposta.

3 Estime a velocidade na esfera entre a penúltima e a última imagem, medindo, na foto, a distância percorrida e tendo em conta que o intervalo de tempo entre duas imagens sucessivas é 1/30 do segundo.

4 Compare os resultados obtidos para a velocidade, pelos dois processos, nas duas questões anteriores. Que pode concluir? Fazem "sentido" esses resultados? Fundamente a resposta.

5 É absolutamente necessário conhecer a massa da esfera para determinar a velocidade na última imagem? Fundamente a resposta.

Os dados abaixo referem-se à queda de uma bola e foram obtidos com um sensor de movimento colocado sobre a bola. O eixo Oy tem origem no solo e aponta para cima.

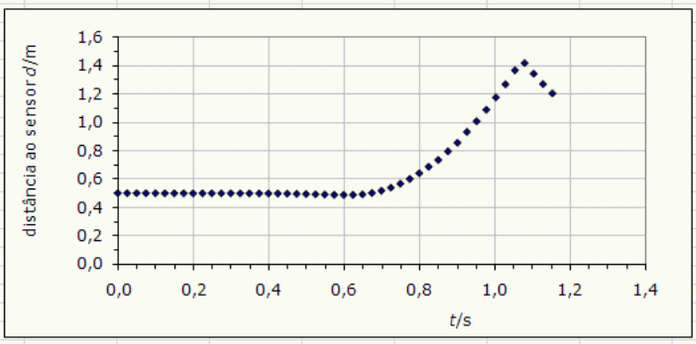
6 Esquematize a posição do sensor e do referencial.

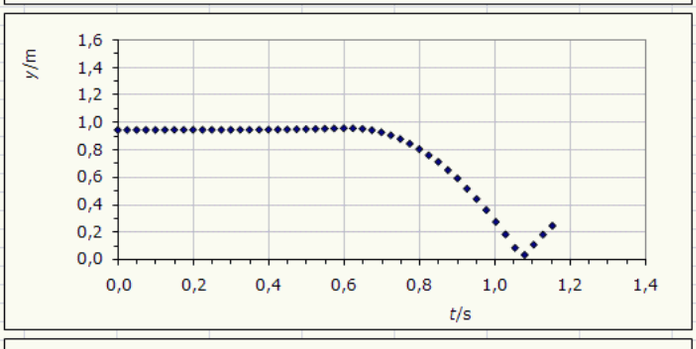
7 Determine a magnitude da aceleração a da bola ao fim de 0,8 s.

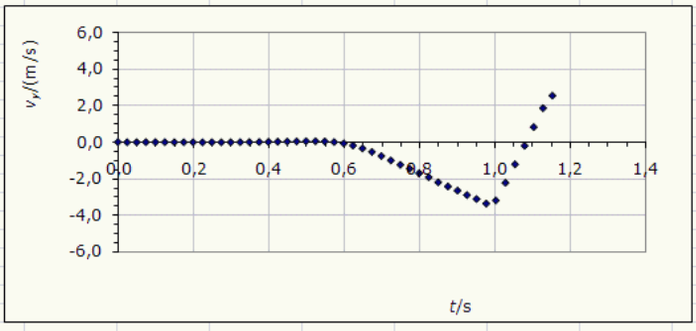
8 Verifique que a função $v = a\,(t - 0{,}6)$ permite calcular a magnitude da velocidade da bola v em cada instante t, durante a queda, admitindo que a queda se iniciou ao fim de 0,6 s.

9 Qual é o domínio de t para a função v? Fundamente a resposta.

		raio da bola=	0,05 m
		altura do sensor =	1,50 m
		massa da bola =	0,2 kg
tempo	distância ao sensor	coordenada y do centro da bola	
t	d	y	v_y
s	m	m	m/s
0,00	0,50	0,95	0,01
0,02	0,50	0,95	0,01
0,05	0,50	0,95	0,01
0,07	0,50	0,95	0,01
0,10	0,50	0,95	0,01
0,12	0,50	0,95	0,01
0,15	0,50	0,95	0,01
0,17	0,50	0,95	0,01
0,20	0,50	0,95	0,00
0,22	0,50	0,95	0,00
0,25	0,50	0,95	0,00
0,27	0,50	0,95	0,00
0,30	0,50	0,95	0,01
0,32	0,50	0,95	0,01
0,35	0,50	0,95	0,01
0,37	0,50	0,95	0,02
0,40	0,50	0,95	0,02
0,42	0,50	0,95	0,03
0,45	0,50	0,95	0,04
0,47	0,50	0,95	0,05
0,50	0,50	0,95	0,06
0,52	0,50	0,95	0,06
0,55	0,49	0,96	0,05
0,57	0,49	0,96	0,01
0,60	0,49	0,96	-0,06
0,62	0,49	0,96	-0,18
0,65	0,49	0,96	-0,33
0,67	0,50	0,95	-0,52
0,70	0,52	0,93	-0,74
0,72	0,54	0,91	-0,98
0,75	0,57	0,88	-1,22
0,77	0,60	0,85	-1,43
0,80	0,64	0,81	-1,68
0,82	0,69	0,76	-1,90
0,85	0,74	0,71	-2,17
0,88	0,80	0,65	-2,40
0,90	0,86	0,59	-2,62
0,93	0,93	0,52	-2,87
0,95	1,01	0,44	-3,08
0,98	1,09	0,36	-3,33
1,00	1,17	0,28	-3,15
1,03	1,27	0,18	-2,20
1,05	1,36	0,09	-1,19
1,08	1,41	0,04	-0,19
1,10	1,34	0,11	0,83
1,13	1,27	0,18	1,85
1,15	1,20	0,25	2,53



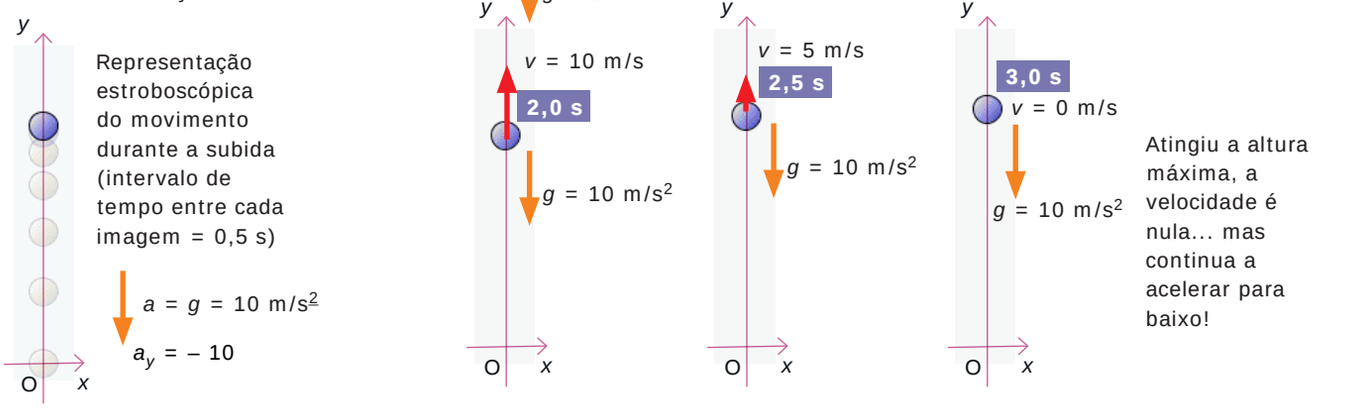




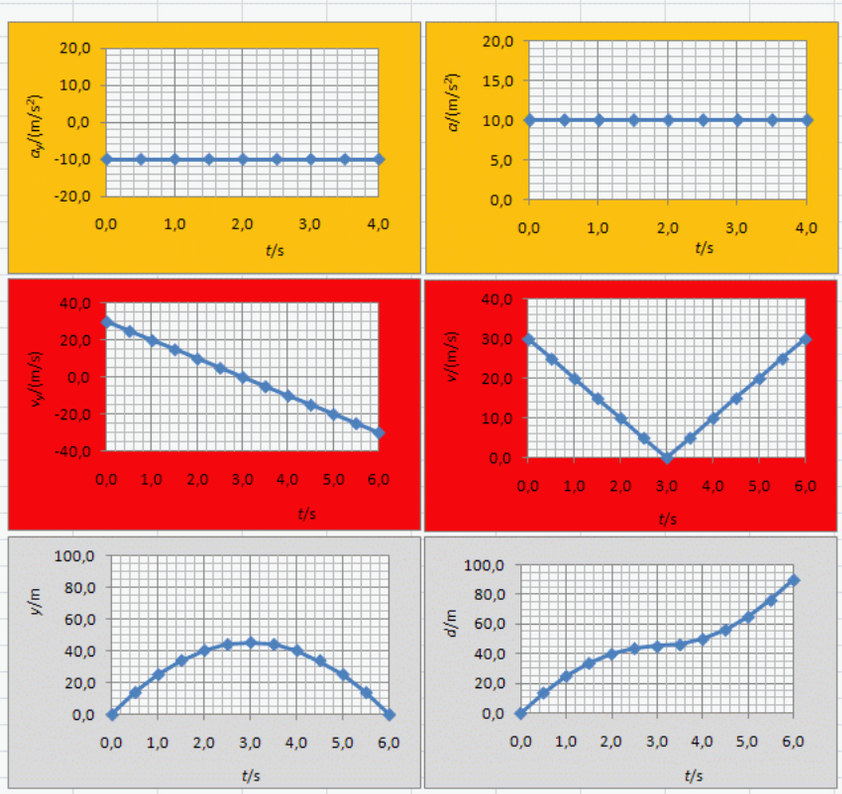
Lançamento na vertical com efeito de resistência do ar desprezável: na subida, mov. rect. uniformemente retardado

Vejamos agora o caso de um lançamento vertical. *Começa-se a medir o tempo a partir do instante em que o corpo sai do sistema de lançamento.* Portanto, nesse instante inicial, o corpo tem uma certa velocidade para cima... mas está sujeito à força gravítica para baixo e, por isso, acelera para baixo com a aceleração da gravidade.

Os dados desta página e da seguinte ilustram o modelo da subida e da descida, com uma velocidade inicial de 30 m/s e considerando g = 10 m/s^2. Note que no ponto de maior altura, a velocidade anula-se instantaneamente, mas a aceleração mantém-se sempre! **Durante a subida, diz-se que o movimento é uniformemente retardado**, porque a velocidade e a aceleração apontam para lados opostos, mas a aceleração é constante.



t/s	a_y/(m/s^2)	a/(m/s^2)	v_y/(m/s)	v/(m/s)	y/m	d/m
0,0	-10,0	10,0	30,0	30,0	0,0	0,0
0,5	-10,0	10,0	25,0	25,0	13,8	13,8
1,0	-10,0	10,0	20,0	20,0	25,0	25,0
1,5	-10,0	10,0	15,0	15,0	33,8	33,8
2,0	-10,0	10,0	10,0	10,0	40,0	40,0
2,5	-10,0	10,0	5,0	5,0	43,8	43,8
3,0	-10,0	10,0	0,0	0,0	45,0	45,0
3,5	-10,0	10,0	-5,0	5,0	43,8	46,3
4,0	-10,0	10,0	-10,0	10,0	40,0	50,0
4,5	-10,0	10,0	-15,0	15,0	33,8	56,3
5,0	-10,0	10,0	-20,0	20,0	25,0	65,0
5,5	-10,0	10,0	-25,0	25,0	13,8	76,3
6,0	-10,0	10,0	-30,0	30,0	0,0	90,0



Observe que a distância percorrida ao longo do tempo, no percurso de subida e no percurso de descida, está sempre a aumentar. No final, ao atingir novamente o solo, a distância percorrida é igual ao dobro da altura máxima atingida.

Lançamento na vertical com efeito de resistência do ar desprezável: na descida, mov. rect. uniformemente acelerado

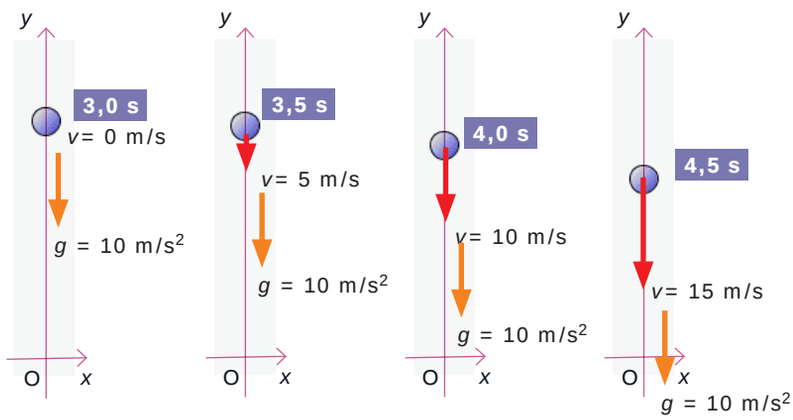
Um corpo lançado verticalmente, depois de atingir a altura máxima, regressa ao solo. Se a resistência do ar for desprezável, não há dissipação de energia mecânica e, deste modo, o corpo atinge o ponto de partida com igual energia cinética. Ou seja, regressa ao ponto de partida com velocidade de igual magnitude, mas, evidentemente, a apontar para baixo.

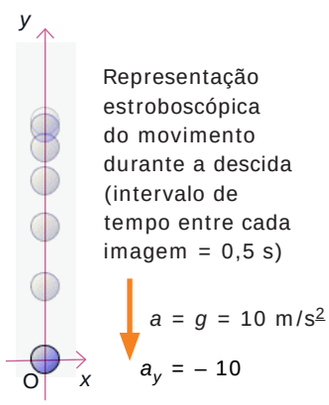
Os esquemas ao lado representam a posição e a velocidade no percurso de queda de um objecto lançado verticalmente com uma velocidade inicial de 30 m/s.

Não se esqueça que em todo o percurso, depois de sair do sistema de lançamento, **o objecto está apenas sujeito à força gravítica.** Logo, **a sua aceleração é sempre constante, para baixo**, *mesmo no ponto de maior altura, em que a velocidade é nula*. Se, por absurdo, a aceleração fosse nula nesse ponto de maior altura, então não cairia...

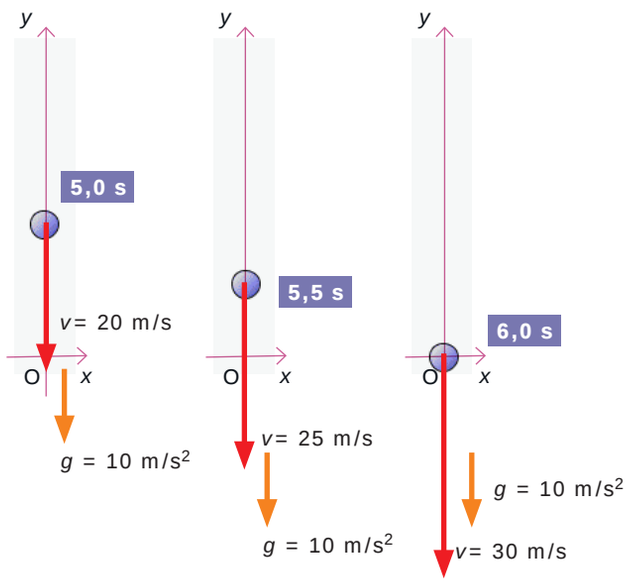
Durante a descida, diz-se que o movimento é **uniformemente acelerado,** porque a aceleração é constante e aponta para o mesmo lado da velocidade.

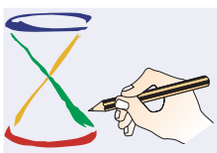
Note que a aceleração é constante quer no movimento uniformemente acelerado quer no movimento uniformemente retardado. Num caso e noutro a diferença está para onde aponta a velocidade: para o mesmo lado ou para o lado oposto da aceleração!





Representação estroboscópica do movimento durante a descida (intervalo de tempo entre cada imagem = 0,5 s)





1 Construa uma tabela semelhante à da página anterior, incluindo apenas as grandezas t, a, a_y, v e v_y, para o caso de um objecto lançado verticalmente com 20 m/s de velocidade inicial.

2 Verifique que a energia cinética no instante de lançamento é 200 J, se a massa do objecto for 1,0 kg.

3 Tendo em conta a conservação da energia mecânica, verifique que a energia potencial máxima do objecto é 200 J e que a altura máxima que atinge é 20 m.

Equações do movimento rectilíneo uniforme, uniformemente acelerado e uniformemente retardado

Nas páginas anteriores, para o modelo da subida e descida de um corpo, na vertical, quando a resistência do ar é desprezável, está uma tabela e um gráfico referente à coordenada *y*. Vejamos como se pode obter a função da coordenada de posição que descreve qualquer movimento rectilíneo com velocidade constante ou com aceleração constante.

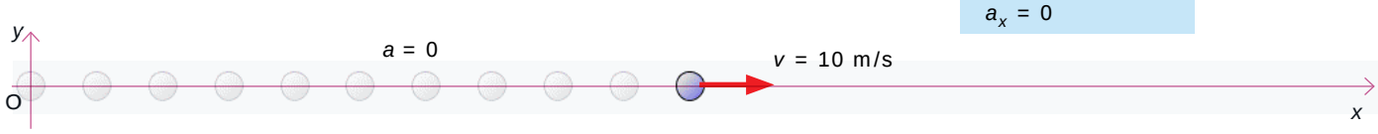
Para um **movimento com velocidade constante**, uma vez definido um referencial adequado (por exemplo, com origem no ponto de partida e um eixo coincidente com a trajectória), basta multiplicar a componente escalar da velocidade pelo tempo *t* decorrido, uma vez que a velocidade é constante e, claro, a aceleração é nula.

Movimento com velocidade constante, a partir da origem O, segundo o eixo O*x*

$x = v_x\, t$

v_x = constante

$a_x = 0$



Um exemplo: início do movimento na origem O, movimento segundo O*x* com velocidade constante igual a 10 m/s.

$x = 10\, t$

$v_x = 10$

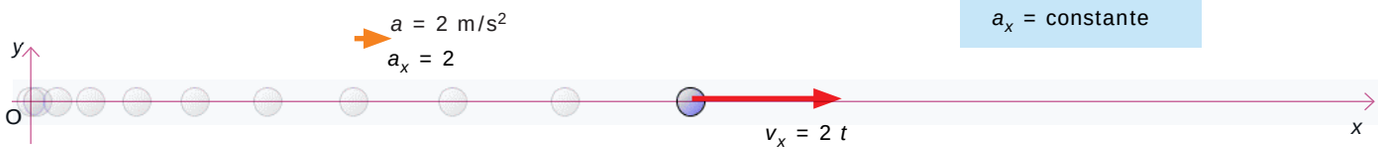
Para um **movimento com aceleração constante**, é necessário ter em conta que a distância percorrida é proporcional ao quadrado do tempo decorrido. E, como a aceleração é constante, a velocidade é proporcional ao tempo decorrido.

Movimento com aceleração constante, a partir da origem O, segundo o eixo O*x*

$x = \frac{1}{2} a_x\, t^2$

$v_x = a_x\, t$

a_x = constante



Um exemplo: início do movimento na origem O, movimento segundo O*x* com aceleração constante igual a 2 m/s^2.

$x = \frac{1}{2} 2\, t^2$

Para um **movimento com aceleração constante** se, no instante inicial a velocidade for v_0, o modelo pode ser considerado uma "soma" de dois movimentos: um com velocidade constante e outro com aceleração constante. A equação que descreve a posição traduz essa ideia: uma das parcelas representa o que sucederia se a velocidade inicial se mantivesse e a outra parcela representa o que sucederia se apenas existisse aceleração.

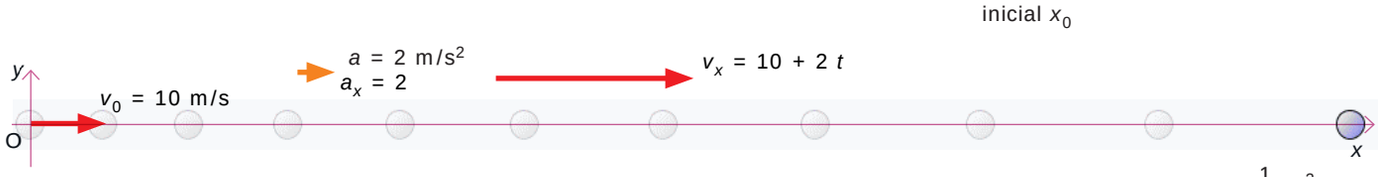
Movimento com aceleração constante, a partir da origem O, com velocidade inicial v_{0x},segundo o eixo O*x*

$x = v_{0x}\, t + \frac{1}{2} a_x\, t^2$ $\quad x = x_0 + v_{0x}\, t + \frac{1}{2} a_x\, t^2$

$v_x = v_{0x} + a_x\, t$

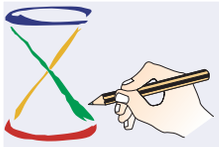
a_x = constante

No caso da posição inicial, no instante $t = 0$, não ser na origem O do eixo, há que somar a posição inicial x_0



Um exemplo: início do movimento na origem O, movimento segundo O*x* com aceleração constante igual a 2 m/s^2 e velocidade inicial de 10 m/s.

$x = 10\, t + \frac{1}{2} 2\, t^2$



Os dados abaixo referem-se ao modelo do movimento de um carro que acelera 5 m/s em cada segundo, a partir do repouso, durante 6 s.

Considere o referencial esquematizado (a origem está no ponto de partida).

1 Como varia a magnitude da velocidade, em cada segundo?

2 Ao fim de 6 s, qual é a velocidade do carro?

3 Escreva a função que permite calcular a magnitude *v* da velocidade do carro ao fim de *t* segundos.

4 Quanto vale a componente escalar da aceleração segundo o eixo O*x*?

5 Quanto vale a componente escalar da aceleração segundo o eixo O*y*?

6 Escreva a função que permite calcular a componente escalar da velocidade segundo o eixo O*x* ao fim de *t* segundos.

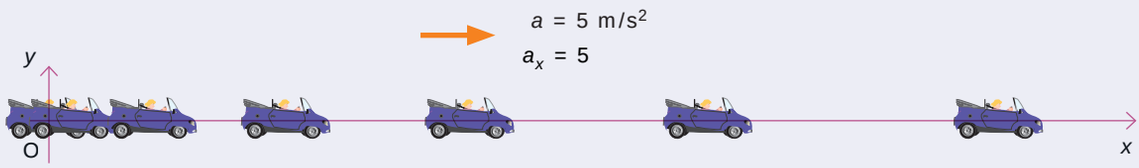
7 Escreva a função que permite calcular a coordenada *x* do carro ao fim de *t* segundos.

8 Verifique que essa função está de acordo com os valores da tabela e do gráfico.

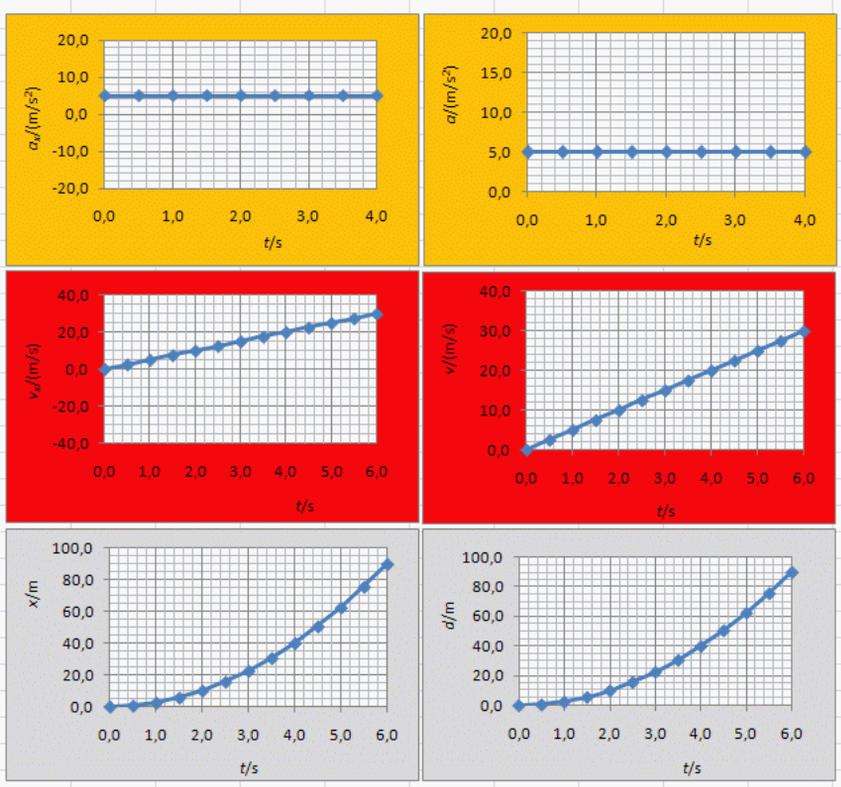
9 Escreva a função que permite calcular a distância *d* percorrida pelo carro ao fim de *t* segundos.

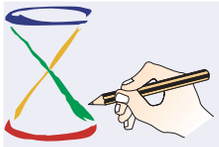
10 A seguinte equação permite determinar ao fim de quanto tempo atingiu a posição de coordenada $x = 20$ m: $20 = 0{,}5 \times 5\ t^2$. Fundamente a escrita desta equação e obtenha o valor de *t*, analisando se o resultado faz sentido.

11 Ao fim de quanto tempo atingiu a posição de coordenada $x = 45$ m? Fundamente a resposta e analise se o resultado faz sentido.



t/s	a_x/(m/s²)	a/(m/s²)	v_x/(m/s)	v/(m/s)	x/m	d/m
0,0	5,0	5,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,5	5,0	5,0	2,5	2,5	0,6	0,6
1,0	5,0	5,0	5,0	5,0	2,5	2,5
1,5	5,0	5,0	7,5	7,5	5,6	5,6
2,0	5,0	5,0	10,0	10,0	10,0	10,0
2,5	5,0	5,0	12,5	12,5	15,6	15,6
3,0	5,0	5,0	15,0	15,0	22,5	22,5
3,5	5,0	5,0	17,5	17,5	30,6	30,6
4,0	5,0	5,0	20,0	20,0	40,0	40,0
4,5	5,0	5,0	22,5	22,5	50,6	50,6
5,0	5,0	5,0	25,0	25,0	62,5	62,5
5,5	5,0	5,0	27,5	27,5	75,6	75,6
6,0	5,0	5,0	30,0	30,0	90,0	90,0





Os dados abaixo referem-se ao modelo do movimento de um carro que trava durante 6 s, até parar, diminuindo de velocidade 4 m/s em cada segundo. No instante em que se começou a medir o tempo t, a velocidade do carro era 24 m/s.

Considere o referencial esquematizado (a origem está no ponto de partida).

1 Qual é a magnitude da aceleração do carro? Para onde aponta a aceleração?

2 Ao fim de 1 s, qual é a velocidade do carro? E ao fim de 2 s? E ao fim de 3 s? E ao fim de 6 s?

3 Quanto vale a componente escalar da aceleração segundo o eixo Oy?

4 Quanto vale a componente escalar da aceleração do carro, segundo Ox, no referencial indicado?

5 Escreva a função que permite calcular a componente escalar v_x da velocidade do carro ao fim de t segundos.

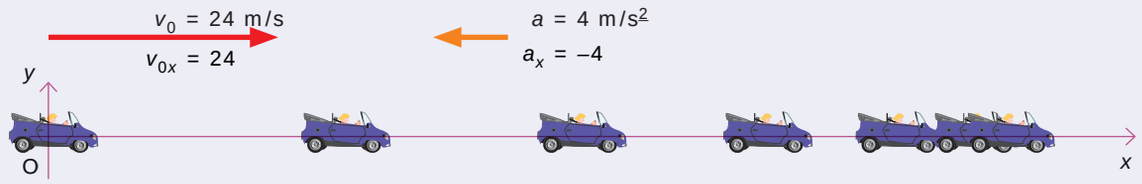
6 Escreva a função que permite calcular a coordenada x do carro ao fim de t segundos.

7 Verifique que essa função está de acordo com os valores da tabela e do gráfico.

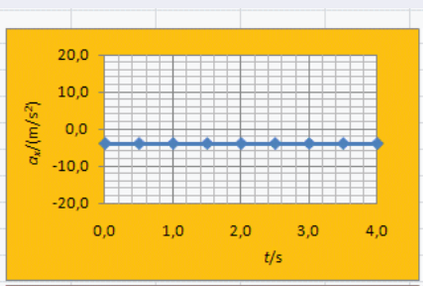
8 A seguinte equação permite determinar ao fim de quanto tempo atingiu a posição de coordenada $x = 20$ m: $20 = 24\ t - 0{,}5 \times 4\ t^2$. Fundamente a escrita desta equação e obtenha o valor de t, analisando se o resultado faz sentido, utilizando o gráfico adequado.

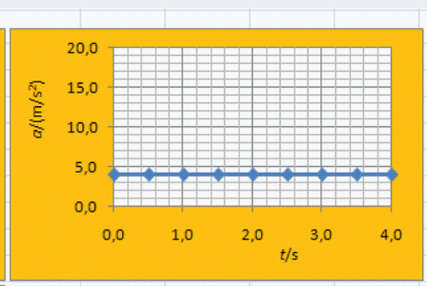
9 Ao fim de quanto tempo atingiu a posição de coordenada $x = 45$ m? Fundamente a resposta e analise se o resultado faz sentido.

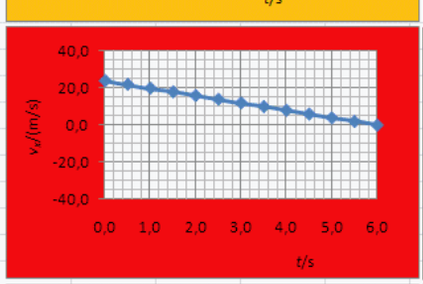
10 Utilizando apenas o gráfico adequado, determine ao fim de quanto tempo o carro atingiu a posição de coordenada $x = 60$ m. Fundamente a resposta.

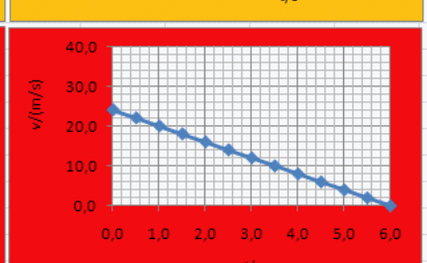


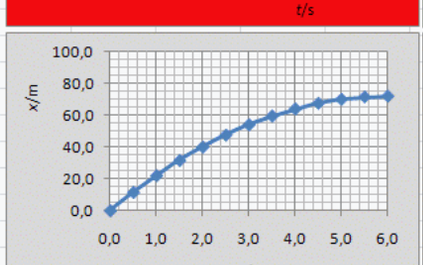
t/s	a_x/(m/s^2)	a/(m/s^2)	v_x/(m/s)	v/(m/s)	x/m	d/m
0,0	-4,0	4,0	24,0	24,0	0,0	0,0
0,5	-4,0	4,0	22,0	22,0	11,5	11,5
1,0	-4,0	4,0	20,0	20,0	22,0	22,0
1,5	-4,0	4,0	18,0	18,0	31,5	31,5
2,0	-4,0	4,0	16,0	16,0	40,0	40,0
2,5	-4,0	4,0	14,0	14,0	47,5	47,5
3,0	-4,0	4,0	12,0	12,0	54,0	54,0
3,5	-4,0	4,0	10,0	10,0	59,5	59,5
4,0	-4,0	4,0	8,0	8,0	64,0	64,0
4,5	-4,0	4,0	6,0	6,0	67,5	67,5
5,0	-4,0	4,0	4,0	4,0	70,0	70,0
5,5	-4,0	4,0	2,0	2,0	71,5	71,5
6,0	-4,0	4,0	0,0	0,0	72,0	72,0

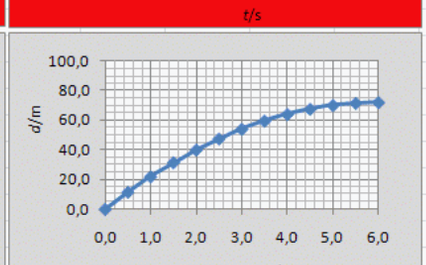


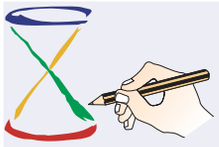


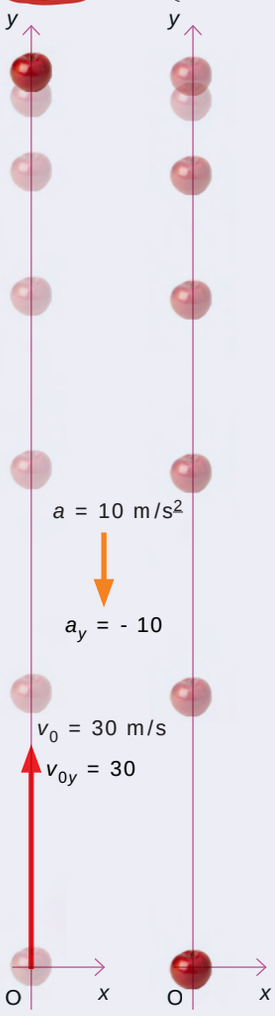












Os dados abaixo referem-se ao modelo do movimento de um objecto lançado verticalmente com uma velocidade inicial de 30 m/s. Admite-se que a resistência do ar é desprezável. O referencial escolhido tem origem no ponto de partida e o eixo O*y* aponta para cima.

Considere o referencial esquematizado (a origem está no ponto de partida).

1 Qual é a magnitude da aceleração do objecto? Para onde aponta a aceleração?

2 Ao fim de 1 s, qual é a velocidade do objecto? E ao fim de 2 s? E ao fim de 3 s? E ao fim de 4 s? E ao fim de 5 s? E ao fim de 6 s? (Não se esqueça de referir para onde aponta a velocidade em cada instante).

3 Quanto vale a componente escalar da aceleração segundo o eixo O*y*?

4 Quanto vale a componente escalar da aceleração do objecto, segundo O*x*, no referencial indicado?

5 Escreva a função que permite calcular a componente escalar v_y da velocidade do objecto ao fim de t segundos.

6 O domínio da função v_y é [0, 6] s. Porquê?

7 Escreva a função que permite calcular a coordenada y do objecto ao fim de t segundos.

8 Verifique que essa função está de acordo com os valores da tabela e do gráfico.

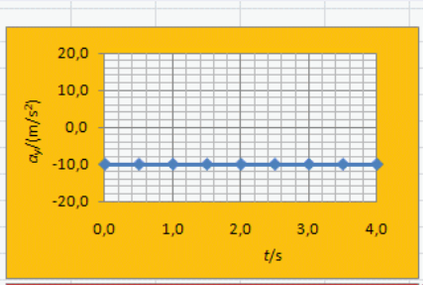
9 A seguinte equação permite determinar ao fim de quanto tempo atingiu a posição de coordenada y = 20 m: $20 = 30\,t - 0{,}5 \times 10\,t^2$. Fundamente a escrita desta equação e obtenha o(s) valor(es) de t, analisando se o resultado faz sentido, utilizando o gráfico adequado.

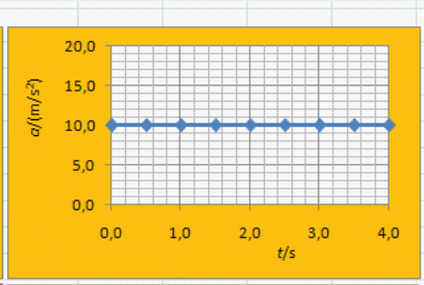
10 Ao fim de quanto tempo atingiu a posição de coordenada y = 35 m? Fundamente a resposta e analise se o resultado faz sentido.

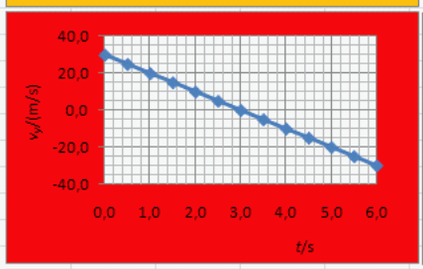
11 Utilizando apenas o gráfico adequado, determine ao fim de quanto tempo o objecto atingiu a posição de coordenada y = 25 m. Fundamente a resposta.

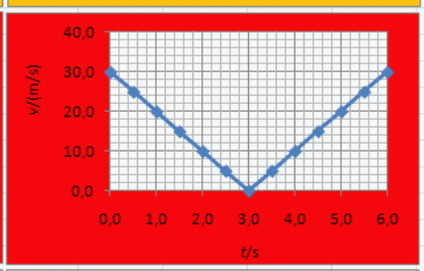
12 Ao fim de quanto tempo atingiu a posição de coordenada y = 50 m? Fundamente a resposta e analise se o resultado faz sentido.

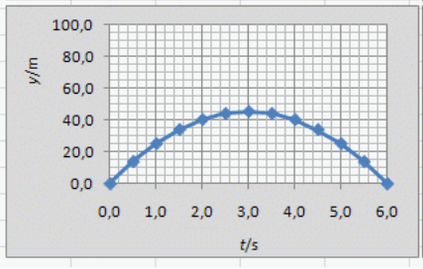
t/s	a_y/(m/s²)	a/(m/s²)	v_y/(m/s)	v/(m/s)	y/m	d/m
0,0	-10,0	10,0	30,0	30,0	0,0	0,0
0,5	-10,0	10,0	25,0	25,0	13,8	13,8
1,0	-10,0	10,0	20,0	20,0	25,0	25,0
1,5	-10,0	10,0	15,0	15,0	33,8	33,8
2,0	-10,0	10,0	10,0	10,0	40,0	40,0
2,5	-10,0	10,0	5,0	5,0	43,8	43,8
3,0	-10,0	10,0	0,0	0,0	45,0	45,0
3,5	-10,0	10,0	-5,0	5,0	43,8	46,3
4,0	-10,0	10,0	-10,0	10,0	40,0	50,0
4,5	-10,0	10,0	-15,0	15,0	33,8	56,3
5,0	-10,0	10,0	-20,0	20,0	25,0	65,0
5,5	-10,0	10,0	-25,0	25,0	13,8	76,3
6,0	-10,0	10,0	-30,0	30,0	0,0	90,0

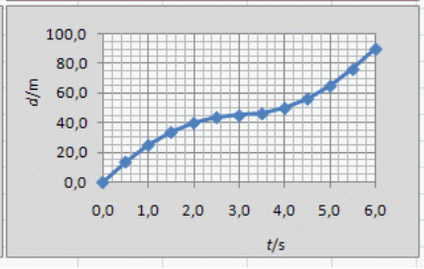


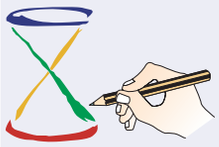




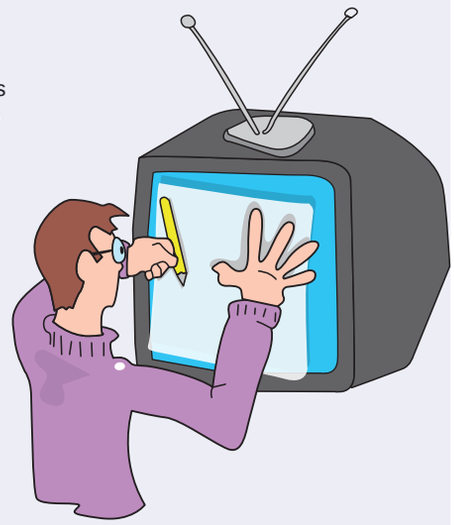








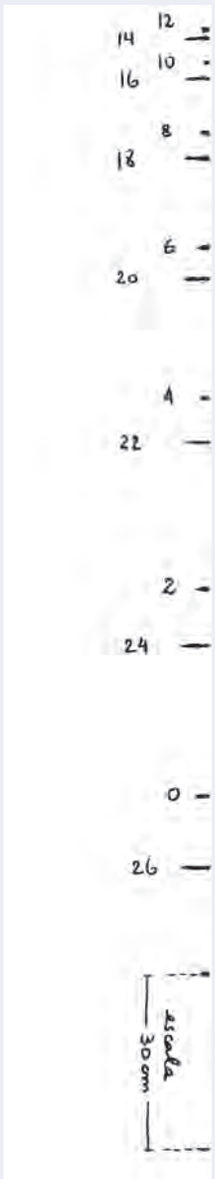
Ao lado encontra-se um registo da posição de uma pequena bola lançada para cima, na vertical, com uma certa velocidade inicial. Os registos foram feitos sobre um ecrã de TV, utilizando a função "pausa" do gravador de video e o avanço imagem por imagem, após se ter filmado o movimento utilizando uma câmara de video.



Entre duas imagens sucessivas decorre 0,04 s.

A contagem do tempo iniciou-se já a bola tinha sido lançada. A tabela e o gráfico em baixo apresentam as coordenadas da bola, em função do tempo, num referencial O*y* com origem no ponto de partida e apontando para cima.

Considere $g = 9{,}8$ m/s^2.



1 Qual foi a altura máxima atingida pela bola, medida a partir do ponto onde se começou a medir o tempo?

2 Que características tem a velocidade e a aceleração da bola no ponto de altura máxima?

3 Utilizando a conservação da energia mecânica, verifique que a velocidade da bola no instante inicial vale 5,1 m/s.

4 Escreva a função que permite calcular a componente v_y da velocidade ao longo do tempo de subida e descida.

5 Qual é o domínio da função v_y? Fundamente a resposta.

6 Faça o esboço do gráfico da função v_y, utilizando escalas adequadas.

7 Faça o esboço do gráfico da magnitude da velocidade, utilizando escalas adequadas.

8 Faça o esboço do gráfico da função a_y, utilizando escalas adequadas.

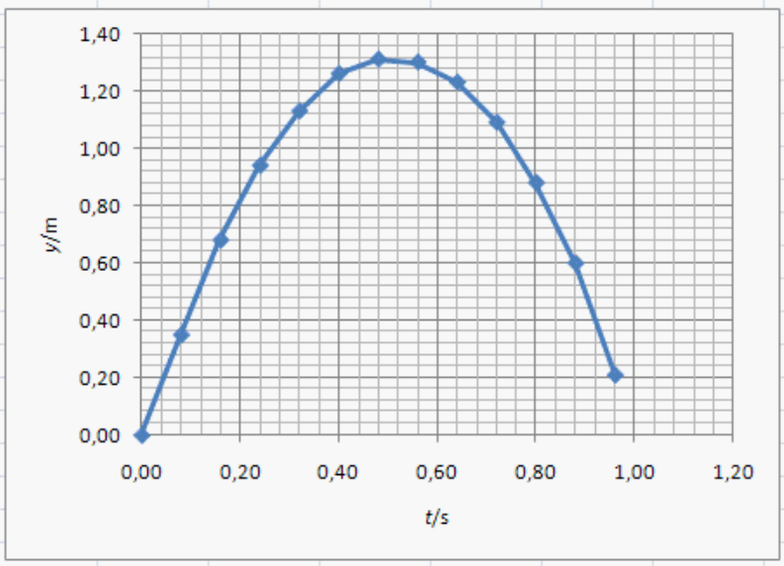
9 Faça o esboço do gráfico da magnitude da aceleração, utilizando escalas adequadas.

10 Escreva a função que permite calcular a coordenada *y* da posição da bola ao longo do tempo de subida e descida.

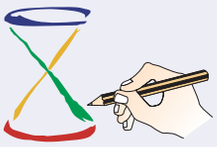
11 Qual foi a distância percorrida pela esfera entre o instante inicial e $t = 0{,}96$ s? Fundamente a resposta.

12 Quanto distam as posições da esfera entre o instante inicial e $t = 0{,}96$ s? Fundamente a resposta.

imagem	*t*/s	posição no ecrã	*y*/m
	s	cm	m
0	0,00	0,0	0,00
2	0,08	3,7	0,35
4	0,16	7,2	0,68
6	0,24	10,0	0,94
8	0,32	12,1	1,13
10	0,40	13,4	1,26
12	0,48	14,0	1,31
14	0,56	13,9	1,30
16	0,64	13,1	1,23
18	0,72	11,6	1,09
20	0,80	9,4	0,88
22	0,88	6,4	0,60
24	0,96	2,2	0,21
26	1,04	-1,3	



OK Necessito de rever esta página... Necessito de apoio para compreender esta página...



O gráfico abaixo foi obtido com um sensor de movimento colocado por baixo de uma pequena bola que foi lançada com as duas mãos, verticalmente, para cima. Depois da bola subir e descer, foi novamente agarrada com as mãos.

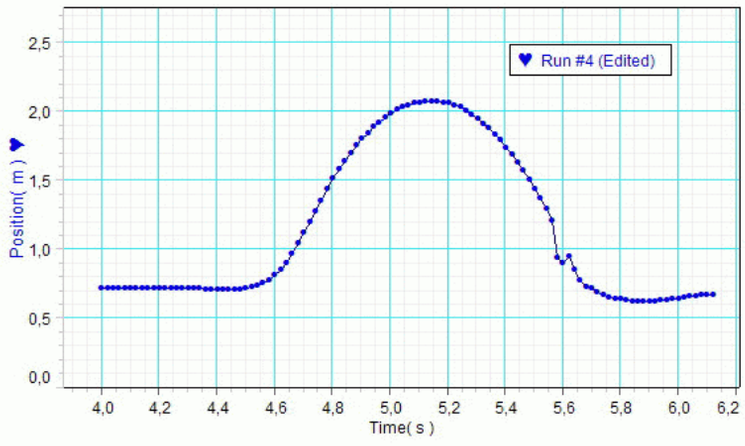
O software utilizado permite ajustar funções "quadráticas", isto é, funções em que a variável dependente (neste caso, a distância ao sensor) depende do quadrado do tempo decorrido (variável independente).

Considere um referencial com origem no sensor e o eixo Oy apontando para cima.

1 Qual era a distância inicial da bola ao sensor?

2 Qual foi a distância máxima da bola ao sensor?

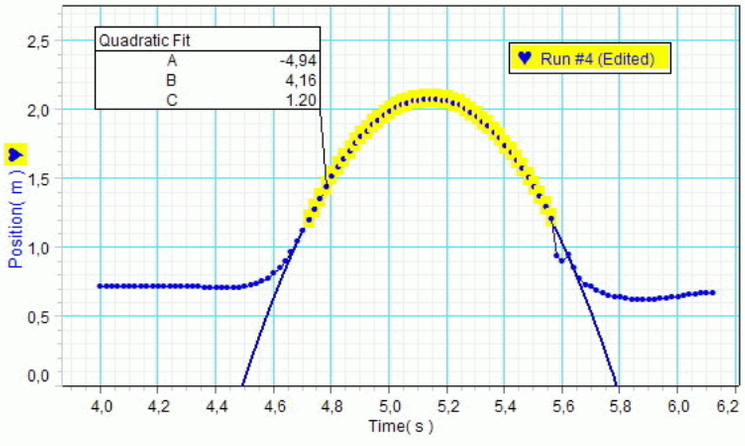
3 O segundo gráfico mostra os coeficientes *A*, *B* e *C* da função quadrática que melhor se ajusta à coordenada vertical *y* em função do tempo *t*, $y = A\,t^2 + B\,t + C$. Para que domínio de *t* foi feito o ajuste? Esse intervalo de tempo corresponde a que parte do movimento da bola?



4 O terceiro gráfico mostra os coeficientes *A*, *B* e *C* da função quadrática que melhor se ajusta à coordenada vertical *y* em função do tempo *t*. Para que domínio de *t* foi feito o ajuste? Esse intervalo de tempo corresponde a que parte do movimento da bola?

5 Que intervalo de tempo corresponde à parte final do movimento da bola, quando é novamente agarrada com as mãos? Fundamente a resposta.

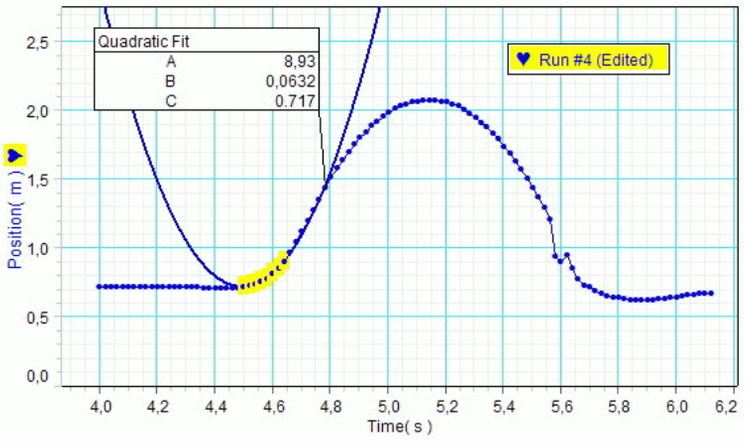
6 Qual dos gráficos permite obter a aceleração da gravidade? Fundamente a resposta e indique qual foi o valor obtido.



7 Qual dos gráficos permite obter a aceleração da bola enquanto era lançada com as mãos? Fundamente a resposta e confirme que o valor obtido é $a = 17{,}86\ m/s^2$.

8 Para onde apontava a aceleração da bola enquanto era lançada com as mãos? E a resultante das forças na bola? Fundamente a resposta.

9 Para onde apontava a aceleração da bola depois de ter saído do contacto com as mãos? E a resultante das forças na bola? Fundamente a resposta.



10 Por que se pode considerar que a velocidade da bola era 4,16 m/s, no instante em que sai das mãos?

11 Com esta velocidade inicial, que altura deve a bola atingir? Fundamente a resposta.

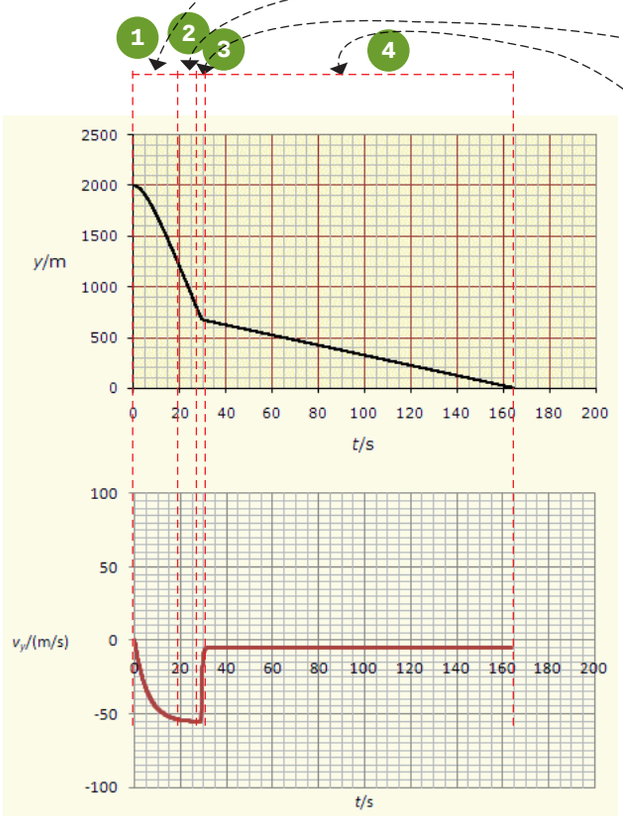
12 O resultado obtido na questão anterior é coerente com os dados do gráfico? Fundamente a resposta.

13 Num pequeno intervalo de tempo, os registos parecem não fazer sentido... De que intervalo de tempo se trata? A que poderá ser devido esse aparente problema?

Queda na vertical com efeito de resistência do ar apreciável: movimentos rectilíneos acelerado e uniforme

O movimento vertical de um **pára-quedista** é um bom exemplo de como a força de resistência do ar pode influenciar significativamente as características de um movimento de queda. De facto, a resistência do ar não pode ser desprezada: *à medida que a velocidade aumenta, a força de resistência do ar tende a aumentar*. Quando a força de resistência do ar (dirigida para cima, oposta à velocidade) equilibra a força gravítica (dirigida para baixo), *a soma das forças passa a ser nula e o movimento deixa de ser acelerado*, passando a ter **velocidade constante** (**movimento uniforme**). Os gráficos abaixo mostram um modelo de um movimento nestas condições.

1. Primeira fase: acelerando para baixo. A força de resistência do ar vai aumentando à medida que a velocidade aumenta...
2. Ao fim de algum tempo, a força de resistência do ar equilibra a força gravítica... e o movimento passa a ser uniforme.
3. Abre-se o pára-quedas! A força de resistência do ar aumenta imenso (dirigida para cima). A soma das forças passa a ser dirigida para cima durante um pequeno intervalo de tempo, reduzindo fortemente a velocidade...
4. Diminuindo a velocidade, a força de resistência do ar diminui, equilibrando novamente a força gravítica. A partir desse momento, o pára-quedista cai com velocidade constante, relativamente pequena, até ao solo.



Em cima: posição de um pára-quedista num eixo vertical Oy (origem no solo, apontando para cima), obtida com um modelo matemático do movimento.

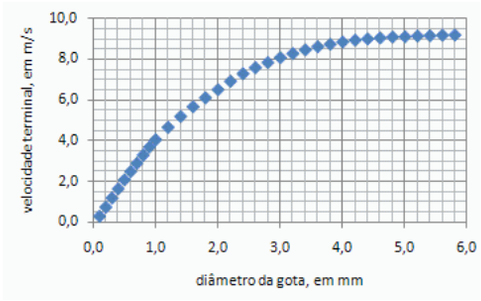
Em baixo: componente v_y da velocidade do pára-quedista.

Velocidade terminal

No movimento de queda, quando a resistência do ar não é desprezável, o objecto em queda pode atingir uma certa velocidade máxima, que depende da forma e material de que é feito o objecto, bem como da densidade do ar. Essa velocidade máxima é designada por **velocidade terminal**. Uma vez atingida a velocidade terminal, se não houver nada que varie, a queda dá-se com velocidade constante (portanto, em movimento uniforme). Durante esse movimento uniforme, **a soma das forças no objecto é nula**: a força de resistência do ar dirigida para cima equilibra a força gravítica dirigida para baixo.

A velocidade terminal de um pára-quedista pode ser de 50 m/s a 150 m/s, dependendo do pára-quedista estar com braços e pernas afastadas ou encolhidas, podendo em casos especiais atingir velocidades até 300 m/s. Com o pára-quedas aberto, a velocidade terminal varia tipicamente entre 1 m/s e 5 m/s. É com esta velocidade que se pode chegar ao solo em segurança.

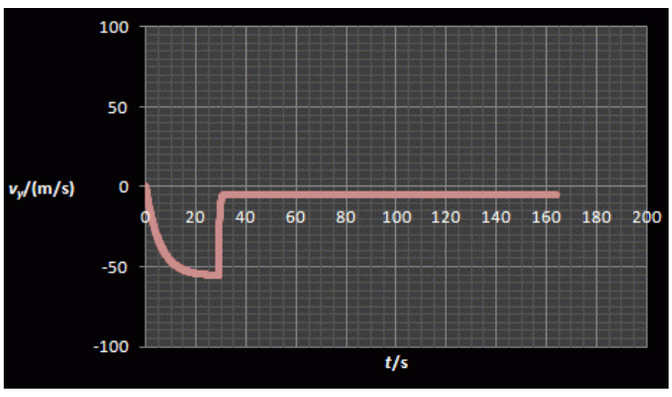
Para outros objectos, a velocidade terminal pode ser muito menor que a velocidade terminal do pára-quedista antes de abrir o pára-quedas. Por exemplo, a velocidade terminal de uma gota de chuva é entre aproximadamente 1 m/s e 9 m/s, dependendo do tamanho da gota.

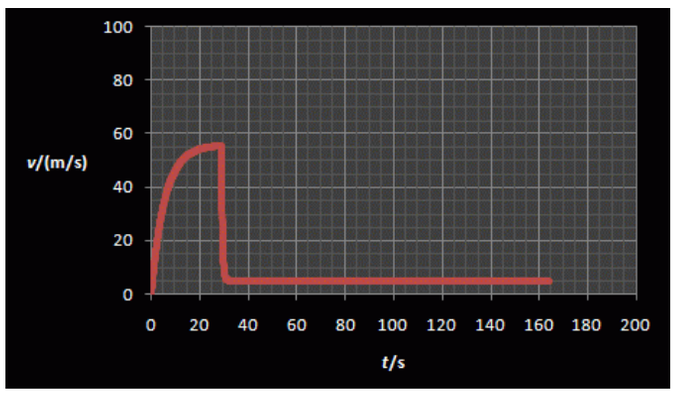


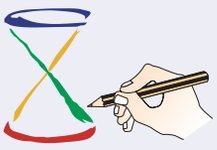
Velocidade terminal de uma gota de chuva, medida à pressão atmosférica normal e à temperatura de 20 ºC, em função do diâmetro da gota.

À esquerda: componente vertical da velocidade de um pára-quedista, num eixo O*y* (origem no solo, apontando para cima), obtida com um modelo matemático do movimento.

À direita: magnitude da velocidade do pára-quedista



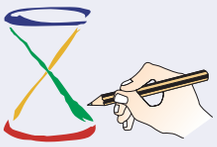




1 Calcule, em km/h, entre que valores pode variar a velocidade terminal de um pára-quedista, tendo em conta os dados do texto acima.

2 Imagine que é pára-quedista e ao seu lado vai outro pára-quedista. Se o outro pára-quedista abrir o pára-quedas, que sucede? Você continua a cair e ele sobe...? Fundamente a resposta.

3 A velocidade terminal depende apenas da massa? Fundamente a resposta, exemplificando.



O gráfico abaixo diz respeito ao movimento vertical de um "copo" improvisado com papel, deixado cair por baixo de um sensor de movimento.

O gráfico mostra a distância do copo ao sensor, durante um certo intervalo de tempo.

1 Começou-se a registar a posição no sensor no instante em que se iniciou o movimento? Fundamente a resposta.

2 Entre 0,6 s e 1,0 s, o copo acelerou. Como se pode fundamentar esta afirmação?

3 Entre 1,0 s e 1,6 s a velocidade do copo foi praticamente constante. Como se pode fundamentar esta afirmação?

4 Ao fim de quanto tempo é que o copo atingiu o solo? Fundamente a resposta.

5 Qual era a distância do copo ao sensor no instante em que se iniciou o registo? Fundamente a resposta.

6 Qual foi a distância percorrida pelo copo? Fundamente a resposta.

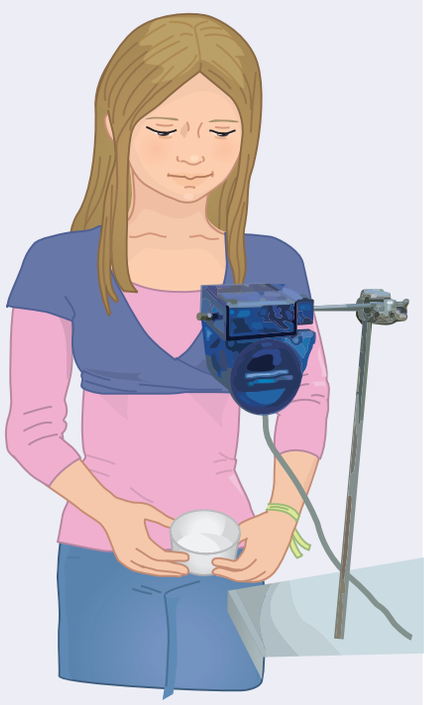
7 Identifique um instante em que a resultante das forças no copo tenha sido nula. Fundamente a resposta.

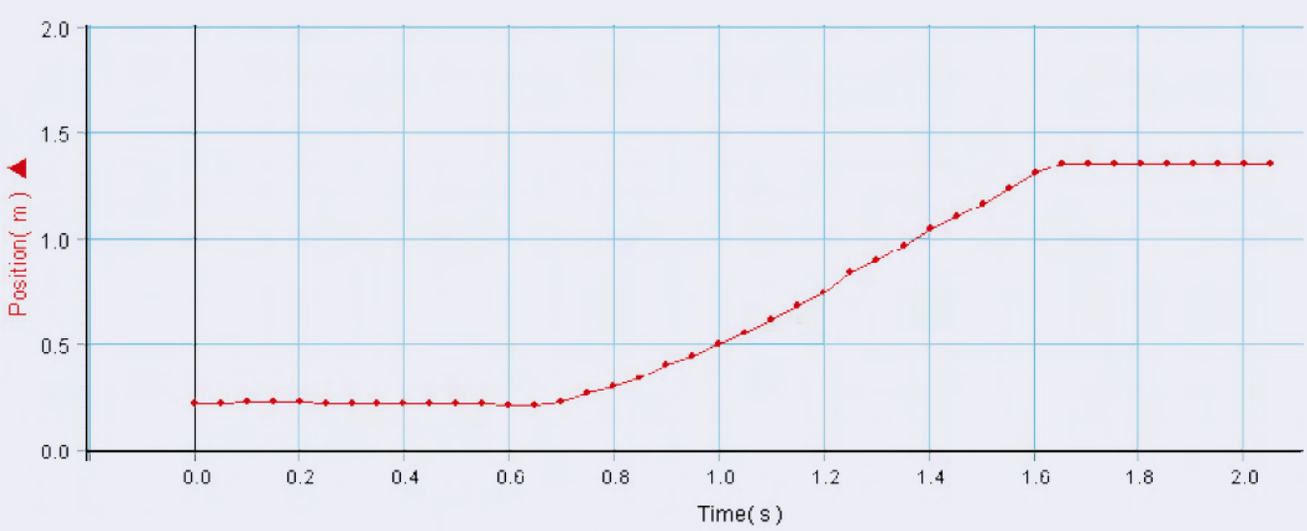
8 Identifique um instante em que a resultante das forças no copo tenha sido nula, com o copo em movimento. Fundamente a resposta.

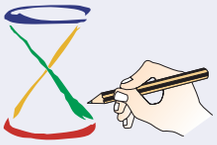
9 Identifique um instante em que a resultante das forças no copo tenha sido nula, com o copo em repouso. Fundamente a resposta.

10 Identifique um instante em que a resultante das forças no copo tenha sido dirigida para baixo. Fundamente a resposta.

11 Que seria necessário medir para calcular a magnitude da resultante das forças, num instante em que a resultante das forças no copo tenha sido dirigida para baixo? Fundamente a resposta.







Nesta página apresentam-se diversos gráficos referentes ao movimento vertical de um pára-quedista de 70 kg, que é lançado de 2000 m de altura e que, num certo instante, abre o pára-quedas.

O modelo utiliza dados plausíveis: velocidade máxima antes de abrir o pára-quedas igual a 50 m/s e igual a 5 m/s depois de abrir o pára-quedas.

O tempo é medido a partir do instante em o pára-quedista inicia a queda.

1 A que altura do solo foi aberto o pára-quedas? Ao fim de quanto tempo? Fundamente a resposta.

2 Quanto tempo demorou o pára-quedista a chegar ao solo? Fundamente a resposta.

3 Utilize o gráfico para estimar quanto tempo demorava o pára-quedista a atingir o solo se não tivesse aberto o pára-quedas (!).

4 Quando o pára-quedista abriu o pára-quedas, *a sua velocidade diminuiu muito rapidamente*. Que **gráfico** permite tirar esta conclusão? **Porquê**?

5 Em que situação foi máxima a soma das forças no pára-quedista? Para onde apontava a soma das forças? Fundamente a resposta.

6 Em que situação foi máxima a aceleração do pára-quedista? Para onde apontava essa aceleração? Fundamente a resposta.

7 Em que situação foi nula a aceleração do pára-quedista? Fundamente a resposta.

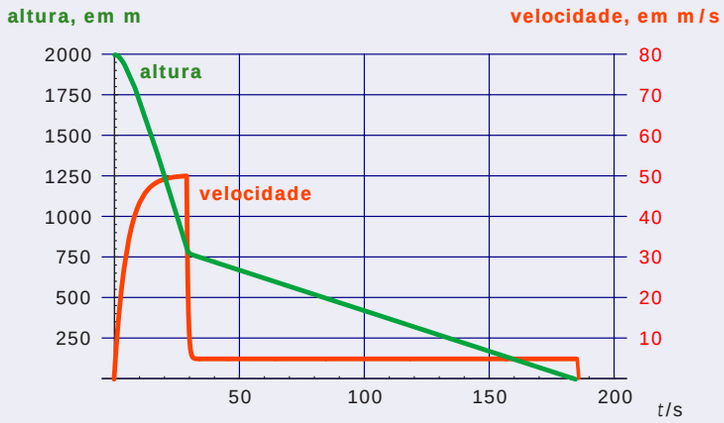
8 Indique um intervalo de tempo em que a magnitude da força gravítica seja equilibrada pela força de resistência do ar no pára-quedista.

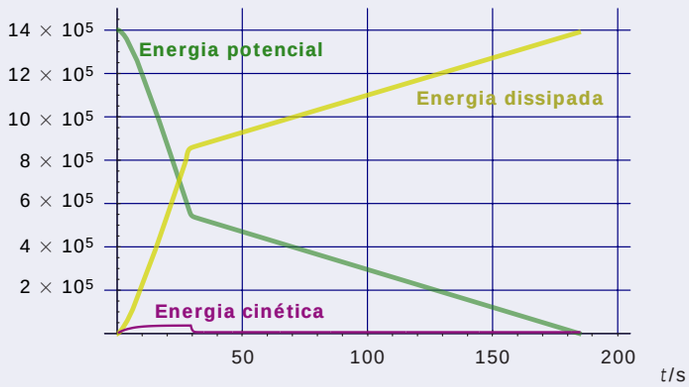
9 Indique um intervalo de tempo em que a magnitude da **aceleração** do pára-quedista seja **diferente de zero**.

10 Confirme, através de cálculos adequados, que a **energia mecânica inicial** do pára-quedista era 14×10^5 J.

11 Confirme, através de cálculos adequados, que a **energia mecânica final** foi de 875 J = $0{,}00875 \times 10^5$ J.

12 Quase toda a energia mecânica inicial do pára-quedista foi dissipada (felizmente...) devido à força da resistência do ar, primeiro apenas no pára-quedista e depois também no pára-quedas. Confirme, através de cálculos adequados, qual foi a **energia dissipada** na queda.





O lançamento horizontal de um projéctil interpretado como a composição de dois movimentos

O movimento dos projécteis (quando a resistência do ar é desprezável) é um bom exemplo da aplicação das leis dos movimentos. Foi Galileu quem analisou, pela primeira vez, este movimento curvilíneo, considerando-o como a **sobreposição de dois movimentos**:

- um **movimento vertical de queda livre** (portanto, um *movimento com aceleração vertical constante*);
- e um **movimento horizontal e uniforme** (isto é, um *movimento horizontal com velocidade constante*).

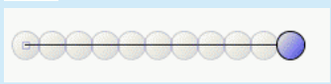
Uma bola de basquete, uma vez lançada, é um exemplo de um projéctil.

O instante inicial (t = 0 s) do movimento do projéctil é o *instante em que o projéctil deixa o sistema de lançamento*. Deste modo, nesse instante inicial, o projéctil já tem uma certa velocidade — a **velocidade de lançamento** ou **velocidade inicial**. Essa velocidade pode ser *horizontal* (*lançamento horizontal*) ou *oblíqua* (*lançamento oblíquo*).

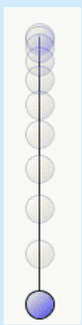
Recorde que, se a resistência do ar for desprezável, a única força que actua no projéctil é uma força vertical e dirigida para baixo e que a aceleração é também vertical e para baixo. Ou seja, apenas varia a componente vertical da velocidade — a componente horizontal mantém-se constante.

No instante t = 0 s, a partícula tem velocidade horizontal de 10 m/s...

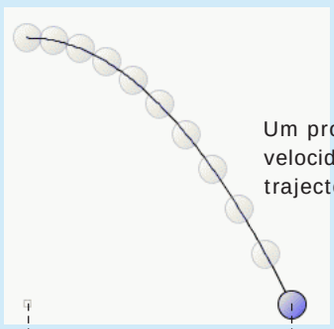
Se não existisse força gravítica (nem qualquer outra força), o movimento seria uniforme e rectilíneo...



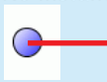
Se não existisse velocidade inicial, o movimento seria em queda livre, rectilíneo e uniformemente acelerado... demorando um certo intervalo de tempo a atingir o solo...



Um projéctil, lançado horizontalmente, com velocidade inicial de 10 m/s, descreve uma trajectória parabólica, com um certo alcance...

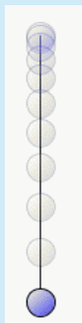


No instante t = 0 s, a partícula tem velocidade horizontal de 20 m/s...



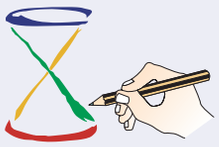
Se não existisse força gravítica (nem qualquer outra força), o movimento seria uniforme e rectilíneo... *mas com maior velocidade e, portanto, percorrendo uma maior distância no mesmo intervalo de tempo*

Se não existisse velocidade inicial, o movimento seria em queda livre, rectilíneo e uniformemente acelerado... *demorando o mesmo intervalo de tempo a atingir o solo!*



Um projéctil, lançado horizontalmente, com velocidade inicial de 20 m/s, descreve uma trajectória parabólica, *com maior alcance... mas demora o mesmo intervalo de tempo a atingir o solo!*

OK Necessito de rever esta página... Necessito de apoio para compreender esta página...



O esquema, a tabela e os gráficos abaixo referem-se ao modelo matemático do movimento de um projéctil lançado horizontalmente da altura de 20 m, com velocidade inicial de 20 m/s. Considerou-se que a resistência do ar é desprezável e que g = 10 m/s^2. O referencial Oxy está indicado no esquema.

1 Quanto tempo demora o projéctil a atingir o solo?

2 Qual é o alcance do projéctil?

3 Qual é a componente vertical da velocidade no instante em que atinge o solo? E a componente horizontal?

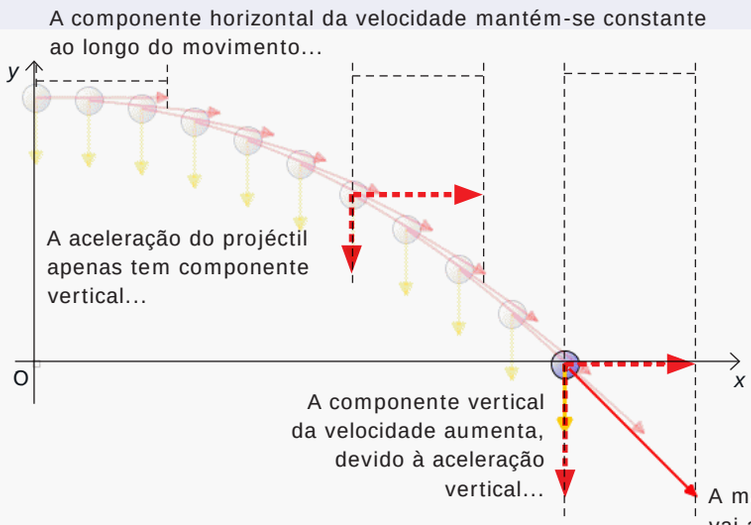
4 Verifique que a magnitude da velocidade é 28,3 m/s no instante em que atinge o solo.

5 Se a velocidade de lançamento do projéctil for 10 m/s, na horizontal, quanto tempo demora o projéctil a atingir o solo?

6 E qual é o alcance do projéctil, nessas condições?

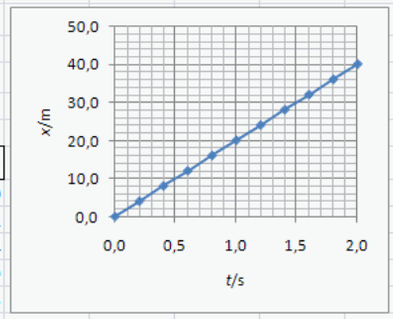
7 Qual ou quais dos gráficos abaixo ficam diferentes quando a velocidade de lançamento do projéctil é menor do que 20 m/s? Fundamente a resposta.

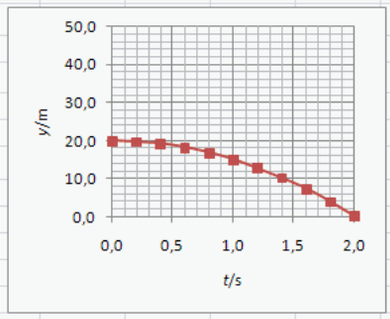
8 Esboce os gráficos das variáveis abaixo indicadas para um projéctil com uma velocidade de lançamento de 30 m/s.

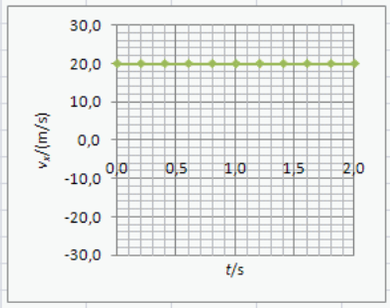


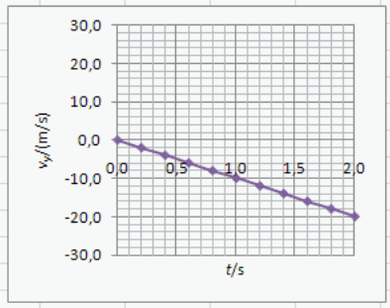
v_0 =	20	velocidade inicial, em m/s
h =	20	altura de lançamento, em m
g =	10	aceleração da gravidade, em m/s^2
dt =	0,2	intervalo de tempo entre cálculos

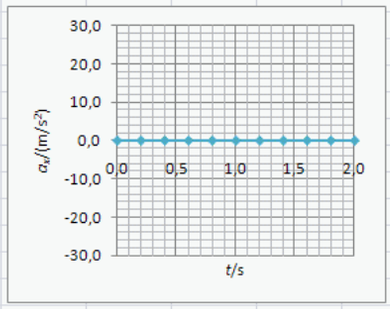
t/s	x/m	y/m	v_x/(m/s)	v_y/(m/s)	a_x/(m/s^2)	a_y/(m/s^2)	v/(m/s)
0,0	0,0	20,0	20,0	0,0	0,0	-10,0	20,0
0,2	4,0	19,8	20,0	-2,0	0,0	-10,0	20,1
0,4	8,0	19,2	20,0	-4,0	0,0	-10,0	20,4
0,6	12,0	18,2	20,0	-6,0	0,0	-10,0	20,9
0,8	16,0	16,8	20,0	-8,0	0,0	-10,0	21,5
1,0	20,0	15,0	20,0	-10,0	0,0	-10,0	22,4
1,2	24,0	12,8	20,0	-12,0	0,0	-10,0	23,3
1,4	28,0	10,2	20,0	-14,0	0,0	-10,0	24,4
1,6	32,0	7,2	20,0	-16,0	0,0	-10,0	25,6
1,8	36,0	3,8	20,0	-18,0	0,0	-10,0	26,9
2,0	40,0	0,0	20,0	-20,0	0,0	-10,0	28,3

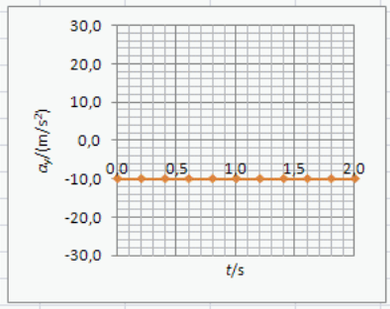












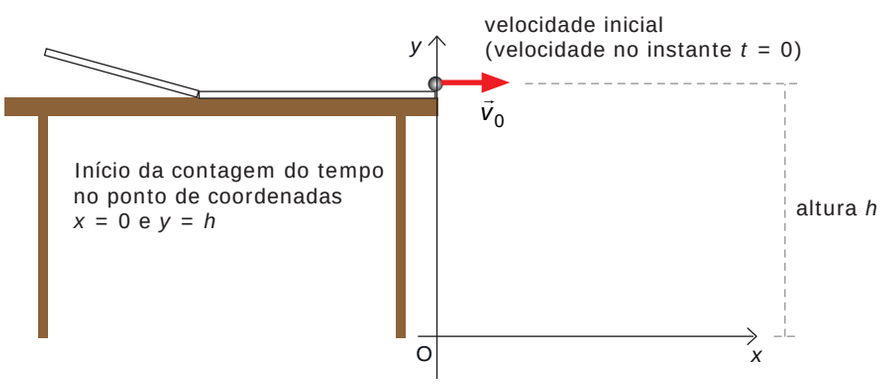
Equações paramétricas do movimento de um projéctil lançado horizontalmente

Os gráficos da página anterior foram obtidos com o modelo matemático do movimento do projéctil lançado horizontalmente (resistência do ar desprezável). Este modelo é facilmente obtido, tendo em conta as características do movimento dos projécteis e uma vez definido um referencial adequado. Em geral, o referencial mais adequado tem origem no solo, por baixo do ponto de partida, e o eixo vertical aponta para cima, como mostra a figura abaixo. Se a altura inicial do objecto for representada por h, a posição inicial do projéctil, nesse referencial, é $x = 0$ e $y = h$.

Na horizontal, no eixo Ox, o movimento é uniforme. Portanto, a função que descreve x é dada pelo produto da componente da velocidade pela tempo decorrido, $x = v_0\, t$, sendo a componente da velocidade constante e a componente da aceleração nula.

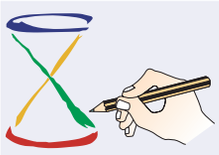
Na vertical, no eixo Oy, o movimento é uniformemente acelerado, com aceleração de magnitude g, apontando para baixo. Portanto, a função que descreve y depende do quadrado do tempo decorrido e o seu valor inicial é h, como vimos atrás para o movimento de queda livre vertical. E, segundo Oy, a componente da velocidade é cada vez mais negativa, devido à componente vertical da aceleração, que é também negativa nesse referencial.

As equações que descrevem o movimento, em cada um dos eixos, são frequentemente designadas por equações paramétricas do movimento.



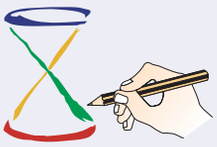
Equações paramétricas do movimento do projéctil,
lançado horizontalmente (resistência do ar desprezável
e referencial com origem no solo, como mostra o esquema acima)

posição	velocidade	aceleração
$\begin{cases} x = v_0\, t \\ y = h - \frac{1}{2} g\, t^2 \end{cases}$	$\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -g\, t \end{cases}$	$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$

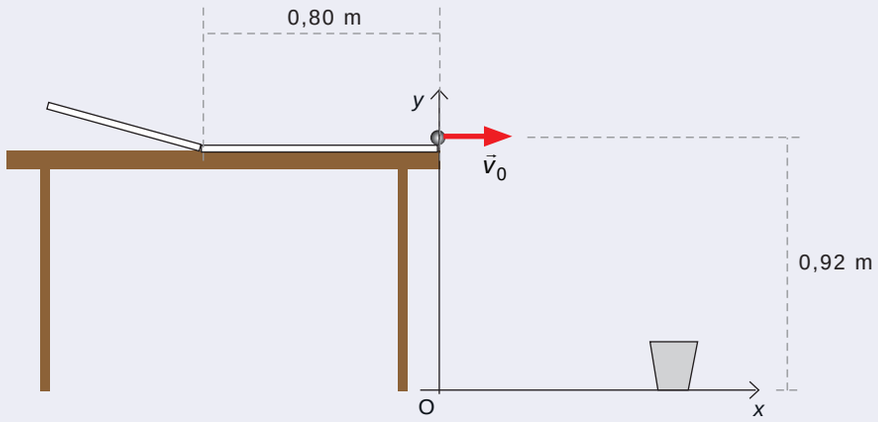


1 Escreva todas as equações paramétricas de um projéctil lançado com de uma mesa como a da figura acima, no referencial indicado, quando a velocidade de lançamento vale 2,0 m/s e altura da mesa vale 90 cm.

2 Se em vez do referencial indicado na figura acima se utilizasse outro referencial (por exemplo, com origem no ponto onde o projéctil é lançado), haveria alguma alteração no alcance do projéctil? E no tempo de voo? Fundamente a resposta.



A figura abaixo representa uma experiência "típica" de uma aula de Física sobre movimento de projécteis... Uma esfera é lançada de cima da mesa, após ter percorrido uma certa distância na horizontal, em cima da mesa. Admite-se que atritos e força de resistência do ar são desprezáveis.



A marcação do ponto de chegada da esfera ao solo é feita com auxílio de um copo de plástico. Uma calha inclinada permite controlar a velocidade de lançamento horizontal da esfera. Considere $g = 9{,}8\ m/s^2$.

1 Como se deve proceder para repetir o lançamento da esfera por diversas vezes com a mesma velocidade inicial?

2 Como se deve proceder para aumentar (ou diminuir) a velocidade de lançamento da esfera?

3 Conhecendo o comprimento da calha horizontal de lançamento (0,80 m), que é necessário medir para calcular a velocidade de lançamento da esfera?

4 Verifique que se a esfera cair na vertical, da altura $h = 0{,}92$ m, demora 0,43 s a atingir o solo.

5 E quanto demora a esfera a atingir o solo, se tiver uma certa velocidade inicial horizontal? Fundamente a resposta.

6 Se a velocidade de lançamento da esfera for 1,02 m/s, onde é que deve ser colocado o copo para que a esfera caia dentro do copo?

7 Se a esfera cair a 36 cm da origem, na horizontal, qual é a sua velocidade no ponto de lançamento?

8 Escreva as equações paramétricas do movimento da esfera, quando a velocidade de lançamento vale 1,02 m/s.

A foto abaixo mostra um "projéctil humano", lançado horizontalmente para uma piscina.

9 Faça uma estimativa "razoável" do alcance do "projéctil" e da altura de lançamento.

10 Utilize essas estimativas para determinar a velocidade de lançamento do projéctil.

11 Qual é o desnível mínimo do escorrega para o projéctil ter atingido essa velocidade? Fundamente a resposta.